DANH SÁCH 77 TRƯỜNG ĐIỂM, CHUYÊN, NĂNG KHIẾU TẠI VIỆT NAM

STT	TÊN TRƯỜNG	TỈNH/ THÀNH PHỐ	QUẬN/HUYỆN/ THÀNH PHỐ/ THỊ XÃ
1	Trường Trung học phổ thông Chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội	Hà Nội	Cầu Giấy
2	Trường Trung học phổ thông chuyên Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội	Hà Nội	Thanh Xuân
3	Trường Trung học phổ thông chuyên ngoại ngữ, Đại học Quốc gia Hà Nội	Hà Nội	Cầu Giấy
4	Trường Trung học phổ thông chuyên Hà Nội - Amsterdam	Hà Nội	Cầu Giấy
5	Trường Trung học phổ thông Chu Văn An, Hà Nội	Hà Nội	Tây Hồ
6	Trường Trung học phổ thông Sơn Tây	Hà Nội	Sơn Tây
7	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Huệ	Hà Nội	Hà Đông
8	Trường Phổ thông Năng khiếu, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh	Thành phố Hồ Chí Minh	Quận 10
9	Trường Trung học thực hành, Đại học Sư Phạm Thành phố Hồ Chí Minh	Thành phố Hồ Chí Minh	Quận 5
10	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Hồng Phong, Thành phố Hồ Chí Minh	Thành phố Hồ Chí Minh	Quận 5
11	Trường Trung học phổ thông Nguyễn Thượng Hiền, Thành phố Hồ Chí Minh	Thành phố Hồ Chí Minh	Tân Bình
12	Trường Trung học phổ thông Gia Định	Thành phố Hồ Chí Minh	Quận Bình Thạnh
13	Trường Trung học phổ thông chuyên Trần Đại Nghĩa	Thành phố Hồ Chí Minh	Quận 1
14	Trường Trung học phổ thông chuyên Thoại Ngọc Hầu	An Giang	TP.Long Xuyên
15	Trường Trung học phổ thông chuyên Thủ Khoa Nghĩa	An Giang	TP.Châu Đốc
16	Trường Trung học phổ thông chuyên Trần Phú, Hải Phòng	Hải Phòng	Ngô Quyền
17	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Đà Nẵng	Sơn Trà
18	Trường Trung học phổ thông chuyên Lý Tự Trọng	Cần Thơ	Q.Bình Thủy
19	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Tất Thành, Yên Bái	Yên Bái	Yên Bái
20	Trường Trung học phổ thông chuyên Thái Bình	Thái Bình	TP Thái Bình
21	Trường Trung học phổ thông chuyên Lương Văn Tụy, Ninh Bình	Ninh Bình	Ninh Bình
22	Trường Trung học phổ thông chuyên Vĩnh Phúc	Vĩnh Phúc	Vĩnh Yên

23	Trường Trung học phổ thông chuyên Bắc Giang	Bắc Giang	TP Bắc Giang
24	Trường Trung học phổ thông chuyên Bắc Kạn	Bắc Kạn	Bắc Kạn
25	Trường Trung học phổ thông chuyên Bắc Ninh	Bắc Ninh	Bắc Ninh
26	Trường Trung học phổ thông chuyên Cao Bằng	Cao Bằng	Cao Bằng
27	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Trãi	Hải Dương	TP Hải Dương
28	Trường Trung học phổ thông chuyên Lào Cai	Lào Cai	Lào Cai (thành phố)
29	Trường Trung học phổ thông chuyên Hoàng Văn Thụ	Hòa Bình	Hòa Bình (thành phố)
30	Trường Trung học phổ thông chuyên Tuyên Quang	Tuyên Quang	Tuyên Quang (thành phố)
31	Trường Trung học phổ thông chuyên Hà Giang	Hà Giang	Hà Giang (thành phố)
32	Trường Trung học phổ thông chuyên Chu Văn An	Lạng Sơn	Lạng Sơn (thành phố)
33	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Điện Biên	Điện Biên Phủ
34	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Lai Châu	Lai Châu (thị xã)
35	Trường Trung học phổ thông chuyên Sơn La	Sơn La	Sơn La (thành phố)
36	Trường Trung học phổ thông chuyên Thái Nguyên	Thái Nguyên	P.Quang Trung
37	Trường Trung học phổ thông chuyên Hùng Vương, Phú Thọ	Phú Thọ	Việt Trì
38	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định	Nam Định	Nam Định
39	Trường Trung học phổ thông chuyên Biên Hòa	Hà Nam	Phủ Lý
40	Trường Trung học phổ thông chuyên Hạ Long	Quảng Ninh	TP Hạ Long
41	Trường Trung học phổ thông chuyên Hưng Yên	Hưng Yên	Hưng Yên
42	Trường Trung học phổ thông chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa	Thanh Hóa	Thanh Hóa
43	Trường Trung học phổ thông chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An	Nghệ An	Vinh
44	Trường Trung học phổ thông chuyên, Trường Đại học Vinh, Nghệ An	Nghệ An	Vinh
45	Trường Trung học phổ thông chuyên Hà Tĩnh	Hà Tĩnh	Hà Tĩnh
46	Trường Trung học phổ thông chuyên Quảng Bình	Quảng Bình	Đồng Hới
47	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn, Quảng Trị	Quảng Trị	Đông Hà
48	Quốc Học Huế	Thừa Thiên-Huế	Huế
49	Trường Trung học phổ thông chuyên Bắc Quảng Nam	Quảng Nam	Hội An
50	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm	Quảng Nam	Tam Kỳ

51	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Khiết	Quảng Ngãi	Quảng Ngãi (thành phố)
52	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn, Bình Định	Bình Định	Quy Nhơn
53	Trường Trung học phổ thông chuyên Lương Văn Chánh	Phú Yên	Tuy Hòa
54	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn, Khánh Hòa	Khánh Hòa	Nha Trang
55	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn, Ninh Thuận	Ninh Thuận	Phan Rang - Tháp Chàm
56	Trường Trung học phổ thông chuyên Trần Hưng Đạo, Bình Thuận	Bình Thuận	Phan Thiết
57	Trường Trung học phổ thông chuyên Thăng Long - Đà Lạt	Lâm Đồng	TP. Đà Lạt
58	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Du, Đắk Lắk	Đắk Lắk	Buôn Ma Thuột
59	Trường Trung học phổ thông chuyên Hùng Vương	Gia Lai	Pleiku
60	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Tất Thành, Kon Tum	Kon Tum	Kon Tum (thành phố)
61	Trường Trung học phổ thông chuyên Lương Thế Vinh, Đồng Nai	Đồng Nai	Biên Hòa
62	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn, Vũng Tàu	Bà Rịa - Vũng Tàu	Vũng Tàu
63	Trường Trung học phổ thông chuyên Bến Tre	Bến Tre	Bến Tre
64	Trường Trung học Phổ thông Chuyên Quang Trung, Bình Phước	Bình Phước	Đồng Xoài
65	Trường Trung học phổ thông chuyên Tiền Giang	Tiền Giang	Mỹ Tho
66	Trường Trung học phổ thông chuyên Vị Thanh	Hậu Giang	Vị Thanh
67	Trường Trung học phổ thông chuyên Bạc Liêu	Bạc Liêu	Bạc Liêu (thành phố)
68	Trường Trung học phổ thông chuyên Phan Ngọc Hiển	Cà Mau	Cà Mau
69	Trường Trung học phổ thông chuyên Hùng Vương	Bình Dương	Thủ Dầu Một
70	Trường Trung học phổ thông chuyên Huỳnh Mẫn Đạt	Kiên Giang	Rạch Giá
71	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm	Vĩnh Long	Vĩnh Long
72	Trường Trung học phổ thông chuyên Trà Vinh	Trà Vinh	Trà Vinh (thành phố)
73	Trường Trung học phổ thông chuyên Hoàng Lệ Kha	Tây Ninh	Tây Ninh (thị xã)
74	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Thị Minh Khai	Sóc Trăng	Sóc Trăng (thành phố)
75	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Quang Diêu	Đồng Tháp	Cao Lãnh (thành phố)
76	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Đình Chiểu	Đồng Tháp	Sa Đéc (thị xã)
77	Trường Trung học phổ thông chuyên Long An	Long An	Tân An

ĐỀ SỐ 1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

VÒNG 1
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,5 điểm)*

1. Cho biểu thức:

$$Q=\frac{\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^3+2a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{3a^2+3b\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{ab}-a}{a\sqrt{a}-b\sqrt{a}}$$

với $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$. Chứng minh giá trị của biểu thức Q không phụ thuộc vào a và b.

2. Các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 0$.

Chứng minh đẳng thức: $\left(a^2+b^2+c^2\right)^2=2\left(a^4+b^4+c^4\right)$.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y=-mx+\frac{1}{2m^2}$ (tham số $m \neq 0$)

1. Chứng minh rằng với mỗi $m \neq 0$, đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2. Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là các giao điểm của (d) và (P).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=y_1^2+y_2^2$.

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Giả sử a, b, c là các số thực, $a \neq b$ sao cho hai phương trình: $x^2 + ax + 1 = 0$, $x^2 + bx + 1 = 0$ có nghiệm chung và hai phương trình $x^2 + x + a = 0$, $x^2 + cx + b = 0$ có nghiệm chung.

Tính: $a + b + c$.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC không cân, có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AA_1, BB_1, CC_1 của tam giác ABC cắt nhau tại H, các đường thẳng A_1C_1 và AC cắt nhau tại điểm D. Gọi X là giao điểm thứ hai của đường thẳng BD với đường tròn (O).

1. Chứng minh: $DX.DB = DC_1.DA_1$.

2. Gọi M là trung điểm của cạnh AC. Chứng minh: $DH \perp BM$.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Các số thực x, y, x thỏa mãn:

$$\begin{cases}\sqrt{x+2011}+\sqrt{y+2012}+\sqrt{z+2013}=\sqrt{y+2011}+\sqrt{z+2012}+\sqrt{x+2013}\\ \sqrt{y+2011}+\sqrt{z+2012}+\sqrt{x+2013}=\sqrt{z+2011}+\sqrt{x+2012}+\sqrt{y+2013}\end{cases}$$

Chứng minh: $x = y = z$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

VÒNG 2
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,5 điểm)*

1. Các số thực a, b, c thỏa mãn đồng thời hai đẳng thức:

i) $(a + b)(b + c)(c + a) = abc$

ii) $(a^3 + b^3)(b^3 + c^3)(c^3 + a^3) = a^3b^3c^3$

Chứng minh: $abc = 0$.

2. Các số thực dương a, b thỏa mãn $ab > 2013a + 2014b$. Chứng minh đẳng thức:

$$a + b > \left(\sqrt{2013} + 2014\right)^2$$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Tìm tất cả các cặp số hữu tỷ (x; y) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - 2y^3 = x + 4y \\ 6x^2 - 19xy + 15y^2 = 1 \end{cases}$$

Câu 3: *(1,0 điểm)*

Với mỗi số nguyên dương n, ký hiệu S_n là tổng của n số nguyên tố đầu tiên.

$S_1 = 2, S_2 = 2 + 3, S_3 = 2 + 3 + 5, ...)$

Chứng minh rằng trong dãy số $S_1, S_2, S_3, ...$ không tồn tại hai số hạng liên tiếp đều là số chính phương.

Câu 4: *(2,5 điểm)*

Cho tam giác ABC không cân, nội tiếp đường tròn (O), BD là đường phân giác của góc ABC. Đường thẳng BD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Đường tròn (O_1) đường kính DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.

1. Chứng minh rằng đường thẳng đối xứng với đường thẳng BF qua đường thẳng BD đi qua trung điểm của cạnh AC.

2. Biết tam giác ABC vuông tại B, $\widehat{BAC} = 60^0$ và bán kính của đường tròn (O) bằng R. Hãy tính bán kính của đường tròn (O_1) theo R.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Độ dài ba cạnh của tam giác ABC là ba số nguyên tố. Chứng minh minh rằng diện tích của tam giác ABC không thể là số nguyên.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

Giả sử $a_1, a_2, ..., a_{11}$ là các số nguyên dương lớn hơn hay bằng 2, đôi một khác nhau và thỏa mãn:

$$a_1 + a_2 + ... + a_{11} = 407$$

Tồn tại hay không số nguyên dương n sao cho tổng các số dư của các phép chia n cho 22 số $a_1, a_2, ..., a_{11}, 4a_1, 4a_2, ..., 4a_{11}$ bằng 2012.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN (vòng 2)
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐHSP HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:
1.
Từ ii) suy ra: $(a + b)(b + c)(c + a)(a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ca + a^2) = a^3b^3c^3$.
Kết hợp với i) suy ra: $abc(a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ca + a^2) = a^3b^3c^3$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} abc = 0 \\ \left(a^2 - ab + b^2\right)\left(b^2 - bc + c^2\right)\left(c^2 - ca + a^2\right) = a^3b^3c^3 \quad (1) \end{array}\right.$$

Nếu $abc \neq 0$ thì từ các bất đẳng thức $\begin{cases} a^2 - ab + b^2 \geq |ab| \\ b^2 - bc + c^2 \geq |bc| \\ c^2 - ca + a^2 \geq |ca| \end{cases}$

Suy ra: $(a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ca + a^2) \geq a^2b^2c^2$, kết hợp với (1) suy ra: $a = b = c$.
Do đó: $8a^3 = 0 \Leftrightarrow a = 0 \Rightarrow abc = 0$ (mẫu thuẫn). Vậy $abc = 0$.
2.
Từ giả thiết suy ra:

$$1 > \frac{2013}{b} + \frac{2014}{a}$$

$$\Rightarrow a + b > \frac{2013}{b}(a + b) + \frac{2014}{a}(a + b)$$

$$= 2013 + \frac{2013a}{b} + \frac{2014}{a} + 2014 \geq 2013 + 2\sqrt{\frac{2013a}{b}.\frac{2014b}{a}} + 2014 = \left(\sqrt{2013} + \sqrt{2014}\right)^2$$

Câu 2:
Nếu $x = 0$ thay vào hệ ta được: $\begin{cases} -2y^3 = 4y \\ 15y^2 = 1 \end{cases}$ hệ này vô nghiệm.

Nếu $x \neq 0$, đặt $y = tx$, hệ trở thành $\begin{cases} x^3 - 2t^3x^3 = x + 4tx \\ 6x^2 - 19tx^2 + 15t^2x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2\left(1 - 2t^3\right) = 1 + 4t \\ x^2\left(15t^2 - 19t + 6\right) = 1 \end{cases}$

Suy ra: $1 - 2t^3 \neq 0; 15t^2 - 19t + 6 \neq 0$ và $\dfrac{1 + 4t}{1 - 2t^3} = \dfrac{1}{15t^2 - 19t + 6} \Leftrightarrow 62t^3 - 61t^2 + 5t + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow (2t - 1)\left(31t^2 - 15t - 5\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{2}\left(\text{Do } t \in Q\right).$$

Suy ra: $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 1$
Đáp số: (2; 1), (-2, -1).
Câu 3:
Ký hiệu p_n là số nguyên tố thứ n.
Giả sử tồn tại m mà $S_{m-1} = k^2$; $S_m = l^2$; $k, l \in N^*$.
Vì $S_2 = 5$, $S_3 = 10$, $S_4 = 17 \Rightarrow m > 4$.
Ta có: $p_m = S_m - S_{m-1} = (l - k)(l + k)$.
Vì p_m là số nguyên tố và $k + l > 1$ nên $\begin{cases} l - k = 1 \\ l + k = p_m \end{cases}$

Suy ra: $p_m = 2l - 1 = 2\sqrt{S_m} - 1 \Rightarrow S_m = \left(\frac{p_m + 1}{2}\right)^2$ (1)

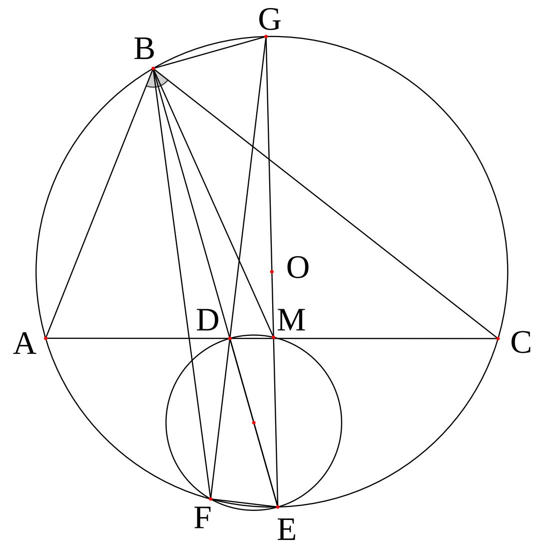
Do m > 4 nên

$$S_m \le (1+3+5+7+...+p_m)+2-1-9$$

$$= 1^2 - 0^2 + 2^2 - 1^2 + 3^2 - 2^2 + ... + \left[\left(\frac{p_m+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p_m-1}{2}\right)^2\right] - 8 = \left(\frac{p_m+1}{2}\right)^2 - 8 < \left(\frac{p_m+1}{2}\right)^2$$

(mâu thuẫn với (1)).

Câu 4:



1.

Gọi M là trung điểm của cạnh AC.

Do E là điểm chính giữa của cung AC nên EM $\perp$ AC.

Suy ra: EM đi qua tâm của đường tròn (O).

Dọi G là giao điểm của DF với (O).

Do $\widehat{DFE} = 90^0$. Suy ra: GE là đường kính của (O).

Suy ra: G, M, E thẳng hàng.

Suy ra: $\widehat{GBE} = 90^0$, mà $\widehat{GMD} = 90^0$. Suy ra tứ giác BDMG là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính GD.

$\Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{FBE}$.

Suy ra: BF và BM đối xứng với nhau qua BD.

2.

Từ giả thiết suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và AB =R, BC = $R\sqrt{3}$.

Theo tính chất đường phân giác: $\frac{DA}{DC} = \frac{R}{R\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow DC = \sqrt{3}DA$.

Kết hợp với DA = DC = 2R.

Suy ra: $DA = (\sqrt{3}-1)\sqrt{R} \Rightarrow DM = R - DA = (2-\sqrt{3})R \Rightarrow DE = \sqrt{ME^2 + MD^2} = 2\sqrt{2-\sqrt{3}R}$

Vậy bán kính đường tròn (O_1) bằng $\sqrt{2-\sqrt{3}R}$.

Câu 5:

Giả sử a; b; c là các số nguyên tố và là độ dài các cạnh của tam giác ABC.

Đặt: P = a + b + c, ký hiệu S là diện tích của tam giác ABC.

Ta có: $16S^2 = P(P - 2a)(P - 2b)(P - 2c)$ (1)

Giả sử S là số tự nhiên. Từ (1) suy ra: P = a + b + c chẵn.

Trường hợp 1: Nếu a; b; c cùng chẵn thì a = b = c, suy ra: S = $\sqrt{3}$ (loại)

Trường hợp 2: Nếu a; b; c có một số chẵn và hai số lẻ, giả sử a chẵn thì a = 2.

Nếu $b \ne c \Rightarrow |b - c| \ge 2 = a$, vô lý.

Nếu b = c thì $S^2 = b^2 - 1 \Rightarrow (b - S)(b + S) = 1$ (2)

Đẳng thức (2) không xảy ra vì b; S là các số tự nhiện.

Vậy diện tích của tam giác ABC không thể là số nguyên.

Câu 6:

Ta chứng minh không tồn tại n thỏa mãn đề bài.

Giả sử ngược lại, tồn tại n, ta luôn có:

Tổng các số dư trong phép chia n cho $a_1, a_2, ..., a_{11}$ không thể vượt quá 407 - 11 = 396.

Tổng các số dư trong phép chia n cho các số $4a_1, 4a_2, ..., 4a_{11}$ không vượt quá 4.407 - 11 = 1617.

Suy ra: Tổng các số dư trong phép chia n cho các số $a_1, a_2, ..., a_{11}, 4a_1, 4a_2, ..., 4a_{11}$ không thể vượt quá 396 + 1617 = 2013.

Kết hợp với giả thiết tổng các số dư bằng 2012.
Suy ra khi chia n cho 22 số trên thì có 21 phép chia có số dư lớn nhất và một phép chia có số dư nhỏ hơn số chia 2 đơn vị.
Suy ra: Tồn tại k sao cho a_k, $4a_k$ thỏa mãn điều kiện trên.
Khi đó một trong hai số n + 1; n + 2 chia hết cho a_k, số còn lại chia hết cho $4a_k$.
Suy ra: $(n + 1; n + 2) \geq a_k \geq 2$, điều này không đúng.
Vậy không tồn tại n thỏa mãn đề ra.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN - ĐHQG HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (vòng 1)
Ngày thi: 08/06/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1:

1. Giải phương trình: $\sqrt{3x+1}+\sqrt{2-x}=3$.
2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}+y+\dfrac{1}{y}=\dfrac{9}{2} \\ \dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{2}\left(x+\dfrac{1}{y}\right)=xy+\dfrac{1}{xy} \end{cases}$$

Câu 2:

1. Giả sử a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn đẳng thức (a + b)(b + c)(c + a) = 8abc. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{a+b}+\frac{b}{b+c}+\frac{c}{c+a}=\frac{3}{4}+\frac{ab}{(a+b)(b+c)}+\frac{bc}{(b+c)(c+a)}+\frac{ca}{(c+a)(a+b)}$$

2. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương có 5 chữ số $\overline{abcde}$ sao cho $\overline{abc}=(10d+e)$ chia hết cho 101?

Câu 3: Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) với AB < AC. Đường phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt (O) tại D ≠ A. Gọi M là trung điểm của AD và E là điểm đối xứng với D qua O. Giả dụ (ABM) cắt AC tại F. Chứng minh rằng:

1) $\Delta BDM \backsim \Delta BCF$.
2) $EF \perp AC$.

Câu 4: Giả sử a, b, c, d là các số thực dương thỏa mãn: abc + bcd + cad + bad = 1.
Tìm giá trị nhỏ nhất của: $P = 4(a^3 + b^3 + c^3) + 9d^3$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN (vòng 1)
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN - ĐHQG HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1. Hướng dẫn: Đặt điều kiện, bình phương hai lần được phương trình bậc 2, nhận 2 nghiệm là 1, $\frac{7}{4}$.

2. Đặt: $t = x + \frac{1}{y}; v = y + \frac{1}{x} \Rightarrow tu = \left(x + \frac{1}{y}\right)\left(y + \frac{1}{x}\right) = xy = \frac{1}{xy} + 2$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} t + u = \frac{9}{2} \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{2}tu - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t + 2u = 9 \\ -4tu + 6t + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u = 9 - 2t \\ -2t(9 - 2t) + 6t + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u = 9 - 2t \\ 4t^2 - 126t + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2u = 9 - 2t \\ (2t - 3)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u = 9 - 2t \\ 2t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 3 \\ t = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ y + \frac{1}{x} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy - \frac{3}{2}y + 1 = 0 \\ xy - 3x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}y + 3x = 0 \\ xy - 3x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ (x - 1)(2x - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}.$$

Thử lại, ta thấy phương trình nhận hai nghiệm (x; y) là $(1;\ 2); \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 2:

1. Khai triển và rút gọn (a + b)(b + c)(c + a) = 8abc.
Ta được: $a^2b + b^2a + b^2c + c^2b + c^2a + a^2c = 6abc$.

$$(1) \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} - \frac{ab}{(a+b)(b+c)} + \frac{b}{b+c} - \frac{bc}{(b+c)(c+a)} + \frac{c}{c+a} - \frac{ca}{(c+a)(a+b)} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{ab + ac - ab}{(a+b)(b+c)} + \frac{bc + ba - bc}{(b+c)(c+a)} + \frac{ca + cb - ca}{(c+a)(a+b)} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2b + b^2a + b^2c + c^2b + c^2a + a^2c}{(a+b)(b+c)(c+a)} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6abc}{8abc} = \frac{3}{4}$$

Luôn luôn đúng. Suy ra: Điều phải chứng minh.

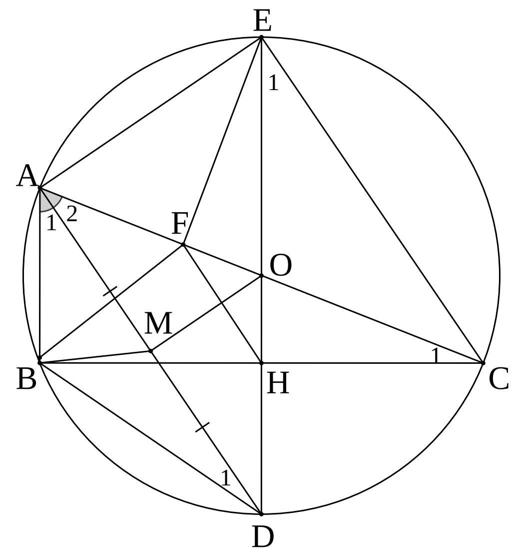
2. Ta có:

$$\overline{abc} - (10d + e) ⋮ 101 \Leftrightarrow 101.\overline{abc} - \left[\overline{abc} - (10d + d)\right] ⋮ 101 \Leftrightarrow 100.\overline{abc} + 10d + e ⋮ 101 \Leftrightarrow \overline{abcde} ⋮ 101.$$

Vậy số các số phải tìm chính là số các số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 101.
10000 + 100 = 101 x 100 $\Rightarrow$ 10100 là số các số tự nhiên có 5 chữ số nhỏ nhất chia hết cho 101.
99999 – 9 = 101 x 990 $\Rightarrow$ 99990 là số các số tự nhiên có 5 chữ số lớn nhất chia hết cho 101.

Vậy số các số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 101 là $\frac{99990 - 10100}{101} + 1 = 891$ số.

Câu 3:



1. Tứ giác AFMB nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{AMB}$.

Mà $\widehat{AFB} + \widehat{BEC} = 180^0$, $\widehat{AMB} + \widehat{BMD} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{BMD} = \widehat{BED}$ mà ABDC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{C_1}$

$\Rightarrow \Delta BDM \backsim \Delta BCF$ (g.g).

Suy ra: Điều phải chứng minh.

2. Do $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt)

Suy ra: D là điểm chính giữa cung BC.

$\Rightarrow DO \perp BC$ tại trung điểm H của BC.

$\Delta BMD \backsim \Delta BFC$

$$\Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{DM}{CF} \Rightarrow \frac{BD}{2BH} = \frac{\frac{1}{2}DA}{CF} \Rightarrow \frac{BD}{BH} = \frac{DA}{CF}.$$

Mà $\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{C_2}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta BDA \backsim \Delta HCF$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{F_1} = \widehat{A_1}$

Mà $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (gt) và $\widehat{A_2} = \widehat{E_1}$ (cùng chắn mộtc ung DC).

$\widehat{F_1} = \widehat{E_1} \Rightarrow$ EFHC nội tiếp.

Câu 4: Trước hết ta chứng minh với mọi x, y, y ≥ 0, ta có: $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$. (*)

Tự chứng minh 3 số hoặc phân tích thành nhân tử, các trường THPT chuyên tại TP HCM khôn cho HS dùng Côsi. Vai trò của a, b, c như nhau nên giả sử a = b = c = kd thì P đặt GTNN.

Khi đó, áp dụng (*), ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{k^2}\left(a^3+b^3+c^3\right) \geq \dfrac{3abc}{k^2} \\ d^3 + \dfrac{a^3}{k^3} + \dfrac{b^3}{k^3} \geq \dfrac{3dab}{k^2} \\ d^3 + \dfrac{b^3}{k^3} + \dfrac{c^3}{k^3} \geq \dfrac{3bdc}{k^2} \\ d^3 + \dfrac{c^3}{k^3} + \dfrac{a^3}{k^3} \geq \dfrac{3dca}{k^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3d^3 + \left(\frac{2}{k^3} + \frac{1}{k^2}\right)\left(a^3+b^3+c^3\right) \geq \frac{3}{k^2}\left(abc + bcd + cda + dab\right)$$

$$\Rightarrow 9d^3 + 3\left(\frac{2}{k^3} + \frac{1}{k^2}\right)\left(a^3+b^3+c^3\right) \geq \frac{9}{k^2}.$$

Vậy ta tìm k thỏa mãn $\Rightarrow 3\left(\frac{2}{k^3} + \frac{1}{k^2}\right) = 4 \Rightarrow 4k^3 - 3k - 6 = 0$.

Đặt $k = \frac{1}{2}\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$, ta có: $k = \frac{1}{2}\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - \frac{3}{2}\left(a + \frac{1}{a}\right) = 6 \Leftrightarrow x^6 - 12x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{6 \pm \sqrt{35}}$.

Lưu ý: $\left(6 - \sqrt{35}\right)\left(6 + \sqrt{35}\right) = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{6 - \sqrt{35}} + \sqrt[3]{6 + \sqrt{35}}\right)$.

Với k xác định như trên, ta được: GTNN của P bằng: $\dfrac{9}{k^2} = \dfrac{36}{\left(\sqrt[3]{6-\sqrt{35}} + \sqrt[3]{6+\sqrt{35}}\right)^2}$.

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN - ĐHQG HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (vòng 2)
Ngày thi: 09/06/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 + x + y + xy \\ 7xy + y - x = 7 \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $x + 3 + \sqrt{1 - x^2} = 3\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$

Câu 2: *(1,5 điểm)*

1) Tìm cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn

$$5x^2 + 8y^2 = 20412.$$

2) Với x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\sqrt{1 + x^2y^2}$.

Câu 4: *(3,5 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có trực tâm H. Gọi P là điểm nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC (P khác B, C và H) và nằm trong tam giác ABC. PB cắt (O) tại M khác B, PC cắt (O) tại N khác C. BM cắt AC tại E, CN cắt AB tại F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AME và đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF cắt nhau tại Q khác A.

1) Chứng minh rằng ba điểm M, N, Q thẳng hàng.

2) Giả sử AP là phân giác góc MAN. Chứng minh rằng khi đó PQ đi qua trung điểm của BC.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Giả sử dãy số thực có thứ tự $x_1 \le x_2 \le ... \le x_{192}$ thỏa mãn các điều kiện

$$x_1 + x_2 + ... + x_{192} = 0 \text{ và } |x_1| + |x_2| + ... + |x_{192}| = 2013$$

Chứng minh rằng: $x_{192} - x_1 \ge \frac{2013}{96}$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN (vòng 2)
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG CHUYÊN KHTN - ĐHQG HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1. Cộng hai phương trình (1) và (2) theo vế, ta có: $x^3 + y^3 + txy + y - x = 1 + y - x + xy + 7$

$\Rightarrow x^3 + y^3 + 6xy - 8 = 0 \Rightarrow (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 6xy - 2^3 = 0$

$\Rightarrow (x + y - 2)[(x + y)^2 + 2(x + y) + 4] - 3xy(x + y - 2) = 0$

$\Rightarrow (x + y - 2)[x^2 - xy + y^2 + 2(x + y) + 4] = 0$

$\Rightarrow x + y - 2 = 0$ hoặc $x^2 - xy + y^2 + 2(x + y) + 4 = 0$

Nếu $x + y - 2= 0 \Rightarrow y = 2 - x$ thay vào (2) $\Rightarrow 7x(2 - x) + 2 - x - x - 7 = 0$

$$\Rightarrow 7x^2 - 12x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 1)(7x - 5) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = \dfrac{5}{7} \Rightarrow y = \dfrac{9}{7} \end{array}\right.$$

Thử lại, hệ phương trình nhận nghiệm (x; y) là (1; 1), $\left(\dfrac{5}{7};\dfrac{9}{7}\right)$.

Nếu $x^2 - xy + y^2 + 2(x + y) + 4 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 4xy + 4y^2 + 8(x + y) + 16 = 0$

$\Rightarrow (x + y)^2 + 8(x + y) + 16 + 3(x - y)^2 = 0$

$\Rightarrow (x + y + 2)^2 + 3(x - y)^2 = 0$

$\Rightarrow (x + y + 2)^2 = 3(x - y)^2$

$\Rightarrow x = y = -1$.

Thay vào (1) không thỏa.

2. Giải phương trình: $x+3+\sqrt{1-x^2} = 3\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}$ (1).

Điều kiện: $-1 \le x \le 1$.

Phương trình (1) được viết lại là:

$$x+1-\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1-x}-2\sqrt{x+1}+2=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}-1\right)+\sqrt{1-x}\left(\sqrt{x+1}-1\right)-2\left(\sqrt{x+1}-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}-1\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+1}-1=0 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}-2=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=1 \\ x+1+2\sqrt{x+1}.\sqrt{1-x}+1-x=4 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \sqrt{1-x^2}=1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 1-x^2=1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow x=0$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là x = 0.

Câu 2:

1. Trước hết ta chứng minh mọi số chính phương khi chia cho 3 chỉ có thể dư 0 hoặc 1.

Suy ra: Tổng hai số chính phương chia hết cho 3 khi và chỉ khi cả hai số cùng chia hết cho 3.

(1) $\Leftrightarrow 6x^2 + 9y^2 - 20412 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow 3(2x^2 + 3y^2 - 6804) = x^2 + y^2$ (2)

$\Rightarrow x^2+y^2 \vdots 3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \vdots 3 \\ y \vdots 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=3x_1 \\ y=3y_1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=9x_1^2 \\ y^2=9y_1^2 \end{array}\right.$

Thay vào (2), ta có: $3\left(2.9x_1^2+3.9y_1^2-6804\right)=9x_1^2+9y_1^2 \Rightarrow 3\left(2x_1^2+3y_1^2-756\right)=x_1^2+y_1^2$ (3)

$\Rightarrow x_1^2+y_1^2 \vdots 3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 \vdots 3 \\ y_1 \vdots 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=3x_2 \\ y_1=3y_2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1^2=9x_2^2 \\ y_1^2=9y_2^2 \end{array}\right.$

Thay vào (3), ta có: $3\left(2.9x_2^2+3.9y_2^2-756\right)=9x_2^2+9y_2^2 \Rightarrow 3\left(2x_2^2+3y_2^2-84\right)=x_2^2+y_2^2$ (4)

$\Rightarrow x_1^2+y_1^2 \vdots 3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_2 \vdots 3 \\ y_2 \vdots 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_2=3x_3 \\ y_2=3y_3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_2^2=9x_3^2 \\ y_2^2=9y_3^2 \end{array}\right.$

Thay vào (4), ta có:

$3\left(2.9x_3^2+3.9y_3^2-84\right)=6x_3^2+9y_3^2-28 \Rightarrow 6x_3^2+9y_3^2-28=x_3^2+y_3^2 \Rightarrow 5x_3^2+8y_3^2=28$ (5)

$\Rightarrow 8y_3^2 \le 28 \Rightarrow y_3^2 \le 3,5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_3^2=0 \\ y_3^2=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_3=0 \\ y_3=1 \\ y_3=-1 \end{array}\right.$

Với y_3 = 0 thay vào (5) $\Rightarrow 5x_3^2=28$ (vô lý, vì x_3 nguyên)

Với y_3 = 1 thay vào (5) $\Rightarrow 5x_3^2+8=28 \Rightarrow x_3^2=4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_3=2 \\ x_3=-2 \end{array}\right.$

Với y_3 = -1 thay vào (5) $\Rightarrow 5x_3^2+8=28 \Rightarrow x_3^2=4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_3=2 \\ x_3=-2 \end{array}\right.$

Suy ra: $(x_3; y_3) \in$ {(2; 1), (2; -1), (-2; 1); (-2; -1)}.

Vì $\left\{\begin{array}{l} x=3x_1=9x_2=27x_3 \\ y=3y_1=9y_2=27y_3 \end{array}\right.$ nên (x; y) $\in$ {(54; 27), (54; -27), (-54; 27); (-54; -27)}.

Thử lại phương trình đã cho nhận các nghiệm (x; y) $\in$ {(54; 27), (54; -27), (-54; 27); (-54; -27)}.

2. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có:

$1 \ge x+y \ge 2\sqrt{xy} \Rightarrow 1 \ge 4xy \ge \dfrac{1}{xy} \ge 4$

Và ta cũng có: $P=\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)\sqrt{1+x^2y^2} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{xy}}\sqrt{1+x^2y^2}=2\sqrt{\dfrac{1}{xy}+xy}$

Mà $\dfrac{1}{xy}+xy=\dfrac{15}{16}.\dfrac{1}{xy}+\dfrac{1}{16xy}+xy \ge \dfrac{15}{16}.4+2\sqrt{\dfrac{1}{16xy}.xy}=\dfrac{15}{16}+\dfrac{2}{4}=\dfrac{17}{4}$

$\Rightarrow P \ge 2.\dfrac{\sqrt{17}}{2}=\sqrt{17}$. Khi x = y = $\dfrac{1}{2}$ thì $P=\sqrt{17}$.

Vậy GTNN của P là $\sqrt{17}$.

Câu 3:

1. Chứng minh M, N, Q thẳng hàng.

Các tứ giác AMEQ, ANFQ, AMCB, ANBC nội tiếp nên ta có:

$\widehat{QEA}=\widehat{QMA}=\widehat{NMA}=\widehat{NCA} \Rightarrow EQ//FC$.

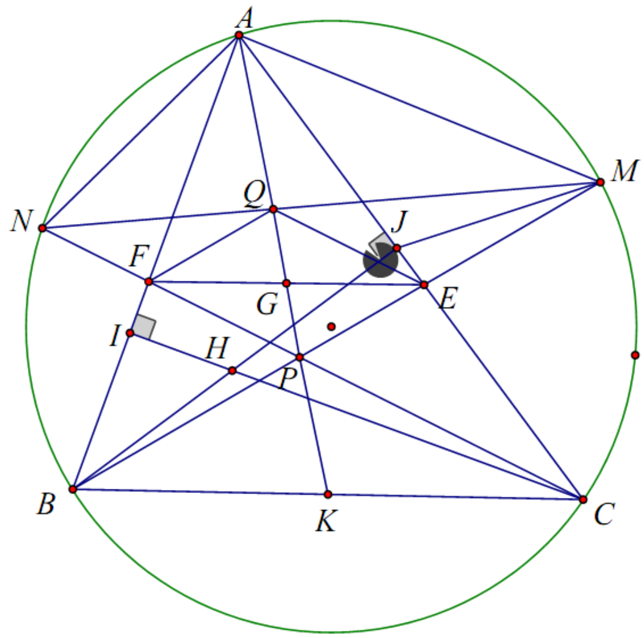
Tương tự: FQ // EB $\Rightarrow$ Tứ giác EPFQ là hình bình hành. Suy ra: $\widehat{EQF}=\widehat{EOF}=\widehat{BPC}$.

Ta lại có:

$\widehat{MQE}=\widehat{MAE}=\widehat{MAC}=\widehat{MBC}=\widehat{PBC}$

$\widehat{NQF} = \widehat{NAF} = \widehat{NAB} = \widehat{NCB} = \widehat{PCB}$

$\Rightarrow \widehat{EQM} + \widehat{EQF} + \widehat{FQN} = \widehat{PBC} + \widehat{BPC} + \widehat{PCB} = 1$



Suy ra: M, Q, N thẳng hàng.

2. Chứng minh PQ qua trung điểm của BC. Ke đường cao CI, BJ của tam giác ABC. EF cắt PQ tại G.

Do tứ giác AMEQ, ANFQ nội tiếp và QEPH là hình bình hành nên ta có:

$\widehat{QAM} = \widehat{QEP} = \widehat{QFP} = \widehat{QAN}$. Do đó AP là phân giác của $\widehat{MAN}$.

Suy ra: A, Q, P thẳng hàng.

Gọi giao của AP với BC là K.

Ta có:

$\widehat{IHJ} = \widehat{BHC} = \widehat{BPC} = \widehat{FPE} \Rightarrow \widehat{IHJ} = \widehat{FPE}$

Mà $\widehat{IHJ} + \widehat{IAJ} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{FPE} + \widehat{IAJ} = 180^0 \Rightarrow \widehat{FPE} + \widehat{FAE} = 180^0$

Suy ra: FPEA nội tiếp. $\widehat{EFP} = \widehat{EAP} = \widehat{EAQ} = \widehat{EMQ} = \widehat{EMN} = \widehat{BMN} = \widehat{BCN} \Rightarrow EF//BC$

$$\Rightarrow \frac{FG}{BK} = \frac{AG}{AK} = \frac{GE}{KC}$$

Mà FG = GE ⇒ BK = KC ⇒ PQ là trung điểm của K của BC.

Câu 4:

Ta chứng minh bài toán: $a_1 \le a_2 \le ... \le a_n$ thỏa mãn $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = 0 \\ |a_1| + |a_2| + |a_3| + ... + |a_n| = 1 \end{cases}$ thì $a_n - a_1 \ge \frac{2}{n}$.

Từ điều kiện trên, ta suy ra: Có $k \in N$ sao cho $a_1 \le a_2 \le ... \le a_k \le 0 \le a_{k+1} \le ... \le a_n$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_1 + a_2 + ... + a_k) + (a_{k+1} + ... + a_n) = 0 \\ -(a_1 + a_2 + ... + a_k) + (a_{k+1} + ... + a_n) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 + ... + a_k = -\frac{1}{2} \\ a_{k+1} + ... + a_n = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Mà

$$a_1 \le a_2 \le ... \le a_k \Rightarrow a_1 \le -\frac{1}{2k}; a_{k+1} \le ... \le a_n \Rightarrow a_n \ge \frac{1}{2k}$$

$$a_n - a_1 \ge \frac{1}{2k} + \frac{1}{2(n-k)} = \frac{n}{2k(n-k)} \ge \frac{n}{2\left(\frac{k+n-k}{2}\right)^2} = \frac{2}{n}$$

Bài toán phụ đã được chứng minh.

Từ (I) suy ra: $\begin{cases} \frac{x_1}{2013} + \frac{x_2}{2013} + ... + \frac{x_{192}}{2013} = 0 \\ \left|\frac{x_1}{2013}\right| + \left|\frac{x_2}{2013}\right| + ... + \left|\frac{x_{192}}{2013}\right| = 0 \end{cases}$

Áp dụng bài toán trên, ta có:

$\frac{x_{192}}{2013} - \frac{x_1}{2013} \ge \frac{2}{192} \Rightarrow x_{192} - x_1 \ge \frac{2013}{96}$ (điều phải chứng minh)

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 3

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ - ĐHNN - ĐHQG HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Đề thi môn toán của trường THPT chuyên ngoại ngữ - ĐHNN - ĐHQG Hà Nội là đề thi của trường chuyên KHTN - ĐHQG Hà Nội.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 4

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI - AMSTERDAM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1:

1) Tìm các số tự nhiên n để $7^{2013} + 3^n$ có chữ số hàng đơn vị là 8.

2) Cho a, b là các số tự nhiên lớn hơn 2 và p là số tự nhiên thỏa mãn $\frac{1}{p} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

Chứng minh p là hợp số.

Câu 2:

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn:

$$x^2 - 3y^2 + 2xy - 2x + 6y - 8 = 0.$$

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^2 + xy + 3y^2 - 2y - 4 = 0 \\ 3x^2 + 5y^2 + 4x - 12 = 0 \end{cases}$$

Câu 3: Cho a, b là các số thực thỏa mãn: $a + b + 4ab = 4a^2 + 4b^2$.
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = 20(a^3 + b^3) - 6(a^2 + b^2) + 2013$.

Câu 4: Cho tam giác ABC không phải là tam giác cân. Đường tròn (O) tiếp xúc với BC, AC, AB lần lượt tại M, N, P. Đường thẳng NP cắt BO, CO lần lượt tại E và F.

1) Chứng minh rằng $\widehat{OEN}$ và $\widehat{OCA}$ bằng nhau hoặc bù nhau.

2) Bốn điểm B, C, E, F thuộc một đường tròn.

3) Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOEF. Chứng minh ba điểm O, M, K thẳng hàng.

Câu 5: Trong mặt phẳng cho 6 điểm $A_1, A_2, ..., A_6$, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong ba điểm luôn có hai điểm có khoảng cách nhỏ hơn 671. Chứng minh rằng trong sáu điểm đã cho luôn tồn tại ba điểm là ba đỉnh của một tam giác có chu vi nhỏ hơn 2013.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 5

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHU VĂN AN HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT của TP Hà Nội)

Câu I: *(2,0 điểm)* Với x > 0, cho hai biểu thức: $A = \dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \dfrac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 64.
2) Rút gọn biểu thức B.
3) Tính x để $\dfrac{A}{B} > \dfrac{3}{2}$

Câu II: *(2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*
Quảng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Câu III: *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3(x+1)+2(x+2y)=4 \\ 4(x+1)-(x+2y)=9 \end{cases}$

2) Cho parabol (P): $y = \dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - \dfrac{1}{2}m^2 + m + 1$.

a) Với m = 1, xác định tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P).
b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho: $|x_1 - x_2| = 2$.

Câu IV: *(3,5 điểm)* Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (AB < AC, d không đi qua tâm O).
1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.
2) Chứng minh: $AN^2 = AB.AC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi AB = 4cm, AN = 6cm.
3) Gọi I là trung điểm BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh MT//AC.
4) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Câu V: *(0,5 điểm)*
Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện: a + b + c + ab + bc + ca = 6abc. Chứng minh:
$\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} \ge 3$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!
*(Điểm chuẩn của trường năm 2013 là **52,0 điểm.)***

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHU VĂN AN - HÀ NỘI
(KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM 2013 - 2014)

Câu 1:

1) Với x = 64, ta có: $A=\frac{2+\sqrt{64}}{\sqrt{64}}=\frac{2+8}{8}=\frac{5}{4}$

2) $B=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}\right)+\left(2\sqrt{x}+1\right)\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(x+\sqrt{x}\right)}=\frac{x\sqrt{x}+2x}{x\sqrt{x}+x}=1+\frac{1}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$

3) Với x > 0, ta có:

$\frac{A}{B}>\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}:\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}>\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}>\frac{3}{2}\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2>3\sqrt{x}\Leftrightarrow\sqrt{x}<2\Leftrightarrow 0<x<4.\left(\text{Do } x>0\right)$

Câu 2:

Đặt: x (km/h) là vận tốc đi từ A đến B. Vậy vận tốc đi từ B đến A là x + 9 (km/h)

Do giả thiết, ta có:

$\frac{90}{x}+\frac{90}{x+9}=5-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{10}{x}+\frac{10}{x+9}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x\left(x+9\right)=20\left(2x+9\right)\Leftrightarrow x^2-31x-180=0\Leftrightarrow x=36$ (nhận)

Câu 3:

1) Hệ phương trình tương đương với:

$\begin{cases}3x+3+2x+4y=4\\4x+4-x-2y=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+4y=1\\3x-2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+4y=1\\6x-4y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11x=11\\6x-4y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$

2) Với m = 1, ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$\frac{1}{2}x^2=x+\frac{3}{2}\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow x=-1 \text{ hay } x=3\left(\text{Do } a-b+c=0\right)$

Ta có:

x = - 1 $\Rightarrow y=\frac{1}{2}$ và x = 3 $\Rightarrow y=\frac{9}{2}$.

Vậy tọa độ giao điểm của A và B là $\left(-1;\ \frac{1}{2}\right)$ và $\left(3;\ \frac{9}{2}\right)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$\frac{1}{2}x^2=mx-\frac{1}{2}m^2+m+1\Leftrightarrow x^2-2mx+m^2-2m-2=0\quad(*)$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt x_1, x_2 thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt.

Khi đó: $\Delta' = m^2 - m^2 + 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Khi m > -1, ta có: $\left|x_1-x_2\right|=2\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=4\Leftrightarrow\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2=4$

$\Leftrightarrow 4m^2-4\left(m^2-2m-2\right)=4\Leftrightarrow 8m=-4\Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$

Câu 4:

1) Xét tứ giác AMON có hai góc đối

$\widehat{ANO}=90^0$

$\widehat{AMO}=90^0$

Nên là tứ giác nội tiếp.

2) Vì $\Delta ABM \backsim \Delta ACM$ nên ta có: $AB.AC = AM^2 = AN^2 = 6^2 = 36$.

$\Rightarrow AC=\frac{6^2}{AB}=\frac{6^2}{4}=9\left(cm\right)$

$\Rightarrow BC = AC - AB = 9 - 4 = 5(cm)$

3)

$\widehat{MTN} = \frac{1}{2}\widehat{MON} = \widehat{AON}$ (cùng chắn cung MN trong đường tròn (O)) và $\widehat{AIN} = \widehat{AON}$.

(Do 3 điểm M, I, N cùng nằm trên đường tròn đường kính AO và cùng chắn cung 90^0)

Vậy $\widehat{AIN} = \widehat{MTI} = \widehat{TIC}$ nên MT//AC (do có hai góc so le bằng nhau).

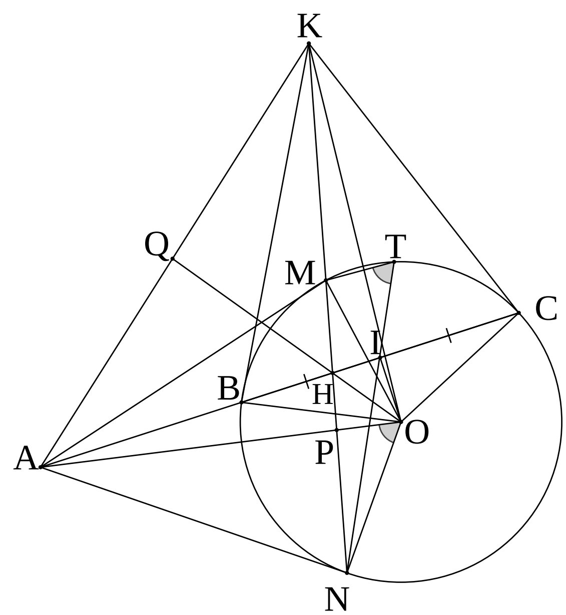
4) Xét ΔAKO có $AI \perp KO$.

Hạ OQ vuông góc với AK.

Gọi H là giao điểm của OQ và AI thì H là trực tâm của ΔAKO nên $KH \perp AO$.

Vì $MN \perp AO$ nên đường thẳng KMHN$\perp$AO nên $KM \perp AO$.

Vậy K nằm trên đường thẳng cố định MN khi BC di chuyển.



Câu 5:

Từ giả thiết đã cho, ta có:

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 6.$$

Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) \ge \frac{1}{ab};\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{b^2}\right) \ge \frac{1}{bc};\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}\right) \ge \frac{1}{ca}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2} + 1\right) \ge \frac{1}{a};\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{b^2} + 1\right) \ge \frac{1}{b};\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c^2} + 1\right) \ge \frac{1}{c}$$

Cộng các bất đẳng thức trên, vế theo vế, ta có:

$$\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) + \frac{3}{2} \ge 6 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \ge 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \ge 3 \text{ (đpcm)}$$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 6

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT SƠN TÂY HÀ NỘI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Sử dụng đề thi TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 năm học 2013 - 2014
của TP. Hà Nội để xét tuyển.
Cũng là đề thi vào lớp CHU VĂN AN Hà Nội

(Điểm chuẩn của trường năm 2013 là ***46,0 điểm.)***

ĐỀ SỐ 7

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN HUỆ
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

(ĐỀ THI NÀY CŨNG LÀ ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN HÀ NỘI - AMSTERDAM NĂM 2013 - 2014)

Câu 1:

1. Tìm các số tự nhiên n để $7^{2013} + 3^n$ có chữ số hàng đơn vị là 8.

2. Cho a, b là các số tự nhiên lớn hơn 2 và p là số tự nhiên thỏa mãn $\frac{1}{p} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

Chứng minh p là hợp số.

Câu 2:

1. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn:
$$x^2 - 3y^2 + 2xy - 2x + 6y - 8 = 0.$$
2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 + xy + 3y^2 - 2y - 4 = 0 \\ 3x^2 + 5y^2 + 4x - 12 = 0 \end{cases}$$

Câu 3: Cho a, b là các số thực thỏa mãn: $a + b + 4ab = 4a^2 + 4b^2$.
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = 20(a^3 + b^3) - 6(a^2 + b^2) + 2013$.

Câu 4: Cho tam giác ABC không phải là tam giác cân. Đường tròn (O) tiếp xúc với BC, AC, AB lần lượt tại M, N, P. Đường thẳng NP cắt BO, CO lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh rằng $\widehat{OEN}$ và $\widehat{OCA}$ bằng nhau hoặc bù nhau.

2. Bốn điểm B, C, E, F thuộc một đường tròn.

3. Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOEF. Chứng minh ba điểm O, M, K thẳng hàng.

Câu 5: Trong mặt phẳng cho 6 điểm A_1, A_2, ..., A_6, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong ba điểm luôn có hai điểm có khoảng cách nhỏ hơn 671. Chứng minh rằng trong sáu điểm đã cho luôn tồn tại ba điểm là ba đỉnh của một tam giác có chu vi nhỏ hơn 2013.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 8

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG PTNK - ĐHQG TP HỒ CHÍ MINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1:

Cho phương trình: $x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 1 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt. Chứng minh rằng khi đó hai nghiệm không thể trái dấu nhau.

b) Tìm m sao cho: $\left|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right| = 1$

Câu 2:

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x^2 + 2y + 1 = 2z(x+2) \\ 3y^2 + 2z + 1 = 2x(y+2) \\ 3z^2 + 2x + 1 = 2y(z+2) \end{cases}$$

Câu 3:

Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn: $x^3 + y^3 \le x - y$.

a) Chứng minh rằng: $y \le x \le 1$.

b) Chứng minh rằng: $x^3 + y^3 \le x^2 + y^2 \le 1$.

Câu 4:

Cho $M = a^2 + 3a + 1$, với a là số nguyên dương.

a) Chứng minh rằng mọi ước số của M đều là số lẻ.

b) Tìm a sao cho M chia hết cho 5. Với những giá trị nào của a thì M là lũy thừa của 5.

Câu 5:

Cho ΔABC có $\widehat{A} = 60^0$. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Đường thẳng ID cắt EF tại K, đường thẳng qua K song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại M, N.

a) Chứng minh rằng: IFMK và IMAN là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi J là trung điểm BC. Chứng minh A, K, J thẳng hàng.

c) Gọi r là bán kính đường tròn (I) và S là diện tích tứ giác IEAF. Tính S theo r và chứng minh: $S_{IMN} \ge \dfrac{S}{4}$

Câu 6:

Trong một kỳ thi, 60 học sinh phải giải 3 bài toán. Khi kết thúc kì thi, người ta nhận thấy rằng: Với hai thí sinh bất kì luôn có ít nhất một bài toán mà cả hai thí sinh đề giải được. Chứng minh rằng:

a) Nếu có một bài toán mà mọi thí sinh đề không giải được thì phải có một bài toán khác mà mọi thí sinh đều giải được.

b) Có một bài toán mà có ít nhất 40 thí sinh đều giải được.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghí chú: Cán bộ coi thi khôn giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG PTNK - ĐHQG TP HỒ CHÍ MINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = 4m^2 - m^2 + 2m - 1 > 0$

$\Leftrightarrow 3m^2 - m + 3m - 1 > 0 \Leftrightarrow m(3m-1) + (3m-1) > 0$

$\Leftrightarrow (3m-1)(m+1) > 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3m-1>0 \text{ và } m+1>0 \\ 3m-1<0 \text{ và } m+1<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1}{3} \text{ và } m > -1 \\ m<\dfrac{1}{3} \text{ và } m<-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1}{3} \\ m<-1 \end{array}\right.$$

Khi đó: $x_1.x_2 = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$

Do đó $x_1; x_2$ không thể trái dấu.

b) Phương trình có hai nghiệm không âm $x_1; x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S = x_1 + x_2 \geq 0 \\ P = x_1.x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \dfrac{1}{3} \text{ hoặc } m \leq -1 \text{ (áp dụng câu a)} \\ 4m \geq 0 \\ (m-1)^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}$$

Ta có: $\left|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right| = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1x_2} = 1 \Leftrightarrow 4m - 2\sqrt{(m-1)^2} = 1$

$\Leftrightarrow 4m - 2|m-1| = 1 \Leftrightarrow |m-1| = \dfrac{4m-1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4m-1}{2} \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m-1 = \dfrac{4m-1}{2} \\ m-1 = \dfrac{1-4m}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m \geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} 2m-2 = 4m-1 \\ 2m-2 = 1-4m \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \dfrac{1}{4} \\ \left[\begin{array}{l} m = -\dfrac{1}{2} \\ m = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \text{ (thích hợp)}$$

Vậy $m = \dfrac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.

Câu 2:

Ta có: $3x^2 + 2y + 1 + 3y^2 + 2z + 1 + 3z^2 + 2x + 1 = 2z(x+2) + 2x(y+2) + 2y(z+2)$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 2y + 1 + 3y^2 + 2z + 1 + 3z^2 + 2x + 1 = 2zx + 4z + 2xy + 4x + 2yz + 4y$

$\Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2zx + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (z^2 - 2z + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2 = (x-z)^2 = (y-z)^2 = (x-1)^2 = (y-1)^2 = (z-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = y; x = z; y = z; x = 1; y = 1; z = 1 \Leftrightarrow x = y = z = 1$

Thử lại, ta có: $(x;y;z) = (1;1;1)$ là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Câu 3:

a) Ta có: $x \ge 0; y \ge 0$ và $x^3 + y^3 \le x - y$.

Do đó : $x - y \ge x^3 + y^3 \ge 0$. Nên $x - y \ge 0 \Leftrightarrow x \ge y$

Ta cũng có : $x^3 + y^3 \ge x^3 - y^3 = \left(x - y\right)\left(x^2 + xy + y^2\right)$

Nên $x - y \ge \left(x - y\right)\left(x^2 + xy + y^2\right)$

Nếu x = y thì $x^3 + y^3 \le 0$. Ta có : x = y = 0. Nên $y \le x \le 1$

Nếu $x > y$ thì từ $x - y \ge \left(x - y\right)\left(x^2 + xy + y^2\right)$ ta có : $1 \ge x^2 + xy + y^2$

Mà $x^2 + xy + y^2 \ge x^2$. Nên $1 \ge x^2$. Mà $x \ge 0$. Nên $1 \ge x$

Vậy $y \le x \le 1$

b) $0 \le y \le x \le 1$ nên $y^3 \le y^2; x^3 \le x^2$. Do đó : $x^3 + y^3 \le x^2 + y^2$

Vì $1 \ge x^2 + xy + y^2$ và $x^2 + xy + y^2 \ge x^2 + y^2$. Do đó: $x^2 + y^2 \le 1$

Vậy $x^3 + y^3 \le x^2 + y^2 \le 1$

Câu 4:

a) $M = a^2 + 3a + 1 = a^2 + a + 2a + 1 = a\left(a + 1\right) + 2a + 1$ là số lẻ (vì a, a + 1 là hai số nguyên dương liên tiếp nên $a\left(a + 1\right) \vdots 2$)

Do đó mọi ước cả M đều là số lẻ.

b) $M = a^2 + 3a + 1 = \left(a^2 - 2a + 1\right) + 5a = \left(a - 1\right)^2 + 5a$

Ta có: $M \vdots 5; \left(5a\right) \vdots 5$. Do đó: $\left(a - 1\right)^2 \vdots 5$. Nên $a - 1 \vdots 5$

Ta có : a chia cho 5 dư 1, tức $a = 5k + 1\left(k \in N\right)$

Đặt $a^2 + 3a + 1 = 5^n \left(n \in N^*\right)$ ($n \in N^*$ vì do $a \ge 1$ nên $a^2 + 3a + 1 \ge 5$)

Ta có : $5^n \vdots 5$ theo trên ta có : $a = 5k + 1\left(k \in N\right)$

Ta có : $\left(5k + 1\right)^2 + 3\left(5k + 1\right) + 1 = 5^n \Leftrightarrow 25k^2 + 10k + 1 + 15k + 3 + 1 = 5^n$

$\Leftrightarrow 25k\left(k + 1\right) + 5 = 5^n \left(*\right)$

Nếu $n \ge 2$ ta có : $5^n \vdots 5^2$, mà $25k\left(k + 1\right) \vdots 5^2$; 5 không chia hết cho 5^2 : vô lí.

Vậy n = 1. Ta có : $25k\left(k + 1\right) = 0; k \in N$. Do đó : k = 0. Nên a = 1.

Câu 5:

a) Ta có : MN // BC (gt), $ID \perp BC$ ((I) tiếp xúc với BC tại D)

$\Rightarrow ID \perp MN \Rightarrow IK \perp MN \Rightarrow \widehat{IKM} = \widehat{IKN} = 90^0$

$\widehat{IFM} + \widehat{IKM} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác IFMK nội tiếp.

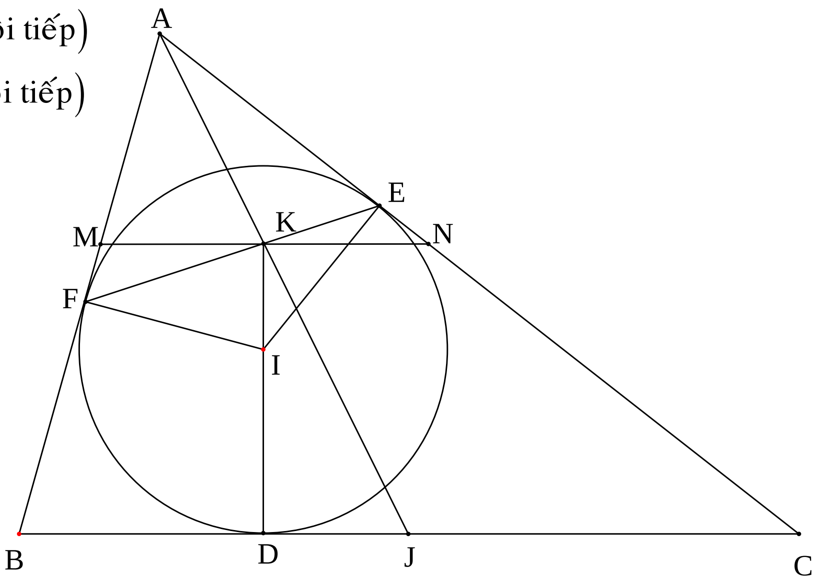
Mặt khác : $\widehat{IKN} = \widehat{IEN} = 90^0$ $\Rightarrow$ Tứ giác IKEN nội tiếp.

Ta có : $\widehat{IMF} = \widehat{IKF}$ (Tứ giác IFMK nội tiếp) ; $\widehat{IKF} = \widehat{ANI}$ (Tứ giác IKEN nội tiếp).

$\Rightarrow \widehat{IMF} = \widehat{ANI}$ $\Rightarrow$ Tứ giác IMAN nội tiếp.

b) Ta có :

$\begin{cases}\widehat{IMK} = \widehat{IFK} \left(\text{Tứ giác IFMK nội tiếp}\right) \\ \widehat{INK} = \widehat{IEK} \left(\text{Tứ giác IKEN nội tiếp}\right)\end{cases}$



Mặt khác: IE = IF (= r)
$\Rightarrow \Delta IEF$ cân tại I.
ΔIMN cân tại I có IK là đường cao.
$\Rightarrow$ IK là đường trung tuyến của ΔIMN
$\Rightarrow$ K là trung điểm của MN.
$\Rightarrow MN = 2.MK$
Mà BC = 2.BJ (J là trung điểm của BC)
Do đó: $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{2.MK}{2.BJ} = \dfrac{MK}{BJ}$
Mặt khác: ΔABC có MN // BC
$\Rightarrow \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MN}{BC}$ (Hệ quả của định lý Thales)
Ta có: $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MK}{BJ}\left(= \dfrac{MN}{BC}\right)$
Xét ΔAMK và ΔABJ , ta có:

$\begin{cases}\widehat{AMK} = \widehat{ABJ} \left(\text{hai góc đồng vị và MN // BC}\right) \\ \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MK}{BJ}\end{cases}$

$\Rightarrow \Delta AMK \sim \Delta ABJ\left(c-g-c\right) \Rightarrow \widehat{MAK} = \widehat{BAJ}$
$\Rightarrow$ Hai tia AK, AJ trùng nhau.
Vậy ba điểm A, K, J thẳng hàng.
c) AE, AF là các tiếp tuyến của đường tròn (I)
$\Rightarrow$ AE = AF, AI là tia phân giác của $\widehat{EAF}$
ΔAEF cân tại A có $\widehat{EAF} = 60^0 (gt)$
$\Rightarrow \Delta AEF$ đều. $\Rightarrow$ EF = AE = AF.
ΔAEF đều có AI là đường phân giác.
$\Rightarrow$ AI là đường cao của ΔAEF
$\Rightarrow AI \perp EF \Rightarrow S = \dfrac{1}{2}AI.EF$
ΔIAE vuông tại E $\Rightarrow$ AE = IE.cot $\widehat{IAE}$; IE = AI.sin. $\widehat{IAE}$
$\Rightarrow AE = r.\cot 30^0 = \sqrt{3}.r; AI = \dfrac{r}{\sin 30^0} = 2r$
Vậy EF = AE = $\sqrt{3}.r$
Vậy $S = \dfrac{1}{2}.AI.EF = \dfrac{1}{2}.2r.\sqrt{3}.r = \sqrt{3}.r^2$(đvdt)
Gọi H là giao điểm của AI và EF.
Ta có: $IH \perp EF$, H là trung điểm của EF và $\widehat{HIF} = 60^0$.

ΔIHF vuông tại H $\Rightarrow IH = IF.\cos\widehat{HIF} = r.\cos 60^0 = \frac{1}{2}.r$

Do đó: $S_{IEF} = \frac{1}{2}.IH.EF = \frac{\sqrt{3}.r^2}{4}$ (đvdt)

Xét ΔIMN và ΔIEF, ta có:

$\widehat{IMN} = \widehat{IFE}; \widehat{INM} = \widehat{IEF}$

Do đó: $\Delta IMN \backsim \Delta IEF$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{S_{IMN}}{S_{IEF}} = \left(\frac{IM}{IF}\right)^2$. Mà $IF \perp FM \Rightarrow IM \geq IF \Rightarrow \frac{IM}{IF} \geq 1$

Do đó: $\frac{S_{IMN}}{S_{IEF}} \geq 1 \Rightarrow S_{IMN} \geq S_{IEF}$

Ta có: $S = \sqrt{3}.r^2; S_{IEF} = \frac{\sqrt{3}.r^2}{4}; S_{IMN} \geq S_{IEF}$

Vậy $S_{IMN} \geq \frac{S}{4}$

Câu 6: Gọi ba bài toán là A, B, C.

a) Không mất tính tổng quát, giả sử mọi thí sinh đều không giải được bài toán A.

Nếu mọi thí sinh đều không giải được bài toán B thì từ giả thiết ta có mọi thí sinh đều giải được bài toán C.

Nếu mọi thí sinh đều giải được bài toán B và bài toán C thì ta có mọi thí sinh đều giải được bài toán B; bài toán C.

Nếu có một thí sinh chỉ giải được một bài toán, giả sử giải được bài toán B. Xét học sinh này với tất cả các học sinh còn lại. Theo giả thiết, có mọi thí sinh đều giải được bài toán B.

Vậy nếu có một bài toán mà mọi thí sinh đều không giải được thì phải có một bài toán khác mà mọi thí sinh đều giải được.

b) Theo giả thiết ta có mọi thí sinh đều giải được ít nhất một bài toán. Nếu có một thí sinh chỉ giải đúng một bài toán. Xét học sinh này với tất cả các học sinh còn lại, ta có mọi thí sinh đều giải được bài toán đó. Ta chỉ còn xét trường hợp mà mọi thí sinh giải được ít nhất hai bài toán.

Gọi số thí sinh giải được A, B mà không giải được C là x, số thí sinh giải được B, C mà không giải được A là y, số thí sinh giải được A, C mà không giải được B là z, số thí sinh giải được cả A, B, C là t ($x, y, z, t \in N$)

Ta có: x + y + z + t = 60 (1)

Giả sử có điều trái với kết luận của bài toán.

Ta có: x + z + t < 40; x + y + t < 40; y + z + t < 40

Do đó : $x + z + t + x + y + t + y + z + t < 40 + 40 + 40 \Leftrightarrow 2(x+y+z+t)+t<120$.

Kết hợp (1) ta có : t < 0.

Điều này vô lí. Điều giả sử ở trên là sai.

Vậy có một bài toán mà có ít nhất 40 thí sinh giải được.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 9

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THTH - ĐHSP TP. HỒ CHÍ MINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

TRƯỜNG TRUNG HỌC THỰC HÀNH
ĐẠI HỌC SƯ PHẠM
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: Cho phương trình: $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 2m + 2 = 0$, (m là tham số)

1) Tìm m để phương trình có một nghiệm là -1. Tìm nghiệm còn lại.

2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa: $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_1 = 2$.

Câu 2: Cho hàm số: $y = -\frac{x^2}{2}$ (P) và y = mx - 4 (D), với $m \neq 0$.

1) Khi m = 1, hãy vẽ (P) và (D) trên cùng trên một mặt phẳng tọa độ Oxy. Tìm tọa độ giao điểm của (D) và (P) bằng phép tính.

2) Tìm m để (P), (D) và (D′): $y = x + \frac{1}{2}$ đồng quy.

Câu 3: Cho biểu thức: $P = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 11}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{\sqrt{x} + 2} - 1$, với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

1) Rút gọn P.

2) Tìm x để P nhận giá trị nguyên.

Câu 4: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 4x + y = 0 \\ (x+2)^4 + 5y = 16 \end{cases}$

Câu 5: Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC) có đường cao AH. Vẽ đường tròn (O) đường kính AB cắt AC tại N. Gọi E là điểm đối xứng của H qua AC, EN cắt AB tại M và cắt (O) tại điểm thứ hai D.

1) Chứng minh: AD = AE.

2) Chứng minh HA là phân giác của $\widehat{MHN}$.

3) Chứng minh:

a) 5 điểm A, E, C, M, H thuộc đường tròn (O_1).

b) 3 đường thẳng CM, BN, AH đồng quy.

4) DH cắt (O_1) tại điểm thứ hai Q. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của DQ và BC. Chứng tỏ I thuộc đường tròn (AHK).

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 10

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG TP. HCM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Trường THPT Chuyên
LÊ HỒNG PHONG - TP HCM

Môn: Toán (chung)
Ngày thi: 22/06/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1. Giải phương trình: $x\sqrt{2x-2}+5x=9$
2. Cho x, y, z đôi một khác nhau thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$.

Tính giá trị biểu thức: $\frac{yz}{x^2+2yz}+\frac{zx}{y^2+2zx}+\frac{xy}{z^2+2xy}$.

Câu 2: *(1,5 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 5mx - 4m = 0$.

1. Định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

Tìm m để biểu thức: $\frac{m^2}{x_1^2+5mx_2+12m}+\frac{x_2^2+5mx_1+12m}{m^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Cho tam giác ABC có BC là cạnh dài nhất. Trên BC lấy hai điểm D và E sao cho BD = BA, CE = CA. Đường thẳng qua D song song với AB cắt AC tại M. Đường thẳng qua E song song với AC cắt AB tại N. Chứng minh rằng: AM = AN.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Cho x, y là hai số dương thỏa mãn: x + y = 1. Chứng minh rằng: $3(3x-2)^2+\frac{8x}{y}\ge 7$.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Từ một điểm A bên ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AEF (EF không đi qua O, B và C là các tiếp điểm). Gọi D là điểm đối xứng của B qua O. DE, DF lần lượt cắt AO tại M và N. Chứng minh rằng:

1. Tam giác CEF đồng dạng với tam giác CMN.
2. OM = ON.

Câu 6: *(1,5 điểm)*

Chữ số hàng đơn vị trong hệ thập phân của số $M = a^2 + ab + b^2$ là 0 ($a, b \in N^*$).

1. Chứng minh rằng M chia hết cho 20.
2. Tìm chữ số hàng chục của M.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

*Điểmchuẩn chuyên Toán: **NV1**: 38.5 điểm; **NV2:** 39.25 điểm.*

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG - TP HCM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1. Điều kiện: $x \geq 1$.

$$x\sqrt{2x-2}+5x=9$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{2x-2}+10x=18$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x\sqrt{2x-2}+2x-2=x^2-8x+16$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\sqrt{2x-2}\right)^2=(x-4)^2$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\sqrt{2x-2}-x+4=0 \\ x+\sqrt{2x-2}+x-4=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x-2}=4-2x \quad (1\leq x\leq 2)$$

$$\Leftrightarrow 2x-2=16-16x+4x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-9x+9=0$$

$\Leftrightarrow x = 3$ (loại); $x=\dfrac{3}{2}$ (nhận)

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{3}{2}$.

2. Điều kiện: $xyz \neq 0$.

Từ giả thiết, suy ra: $xy + yz + zx = 0$.

$\Leftrightarrow yz = -xy - zx$.

Do đó:

$$\frac{yz}{x^2+2yz}=\frac{yz}{x^2+yz-xy-zx}=-\frac{yz}{(x-y)(z-x)}$$

Chứng minh tương tự, ta có:

$$\sum\frac{yz}{x^2+2yz}=-\sum\frac{yz}{(x-y)(z-x)}=1 \text{ (quy đồng)}$$

Câu 2:

1. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$\Delta = (5m)^2 + 16m \geq 0$

$\Leftrightarrow m(25m - 16) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\leq 0 \\ m\geq \dfrac{16}{25} \end{array}\right.$$

2. Ta có:

$$\begin{cases} x_1^2-5mx_1-4m=0 \\ x_2^2-5mx_2-4m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2=5mx_1+4m \\ x_2^2=5mx_2+4m \end{cases}$$

Thay vào biểu thức trên, ta được:

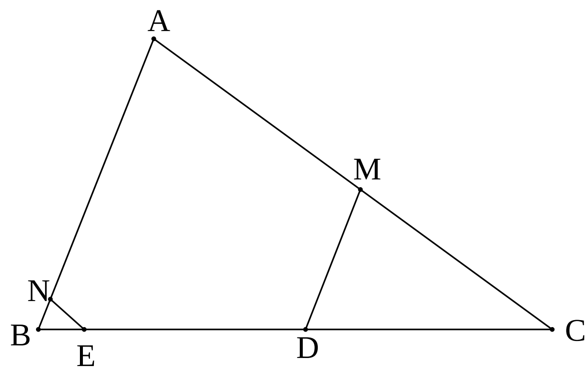
$$A = \frac{m^2}{x_1^2 + 5mx_2 + 12m} + \frac{x_2^2 + 5mx_1 + 12m}{m^2}$$

$$= \frac{m^2}{5m(x_1 + x_2) + 16m} + \frac{5m(x_1 + x_2) + 16m}{m^2}$$

$$= \frac{m^2}{25m^2 + 16m} + \frac{25m^2 + 16m}{m^2} \geq 2$$

$A_{min} = 2$ đạt được khi $m = -\frac{2}{3}$.

Câu 3:



Vì BC là cạnh lớn nhất nên D, E đề thuộc cạnh BC.

Áp dụng định lý thales vào các tam giác ABC, ta có:

$\frac{AM}{AC} = \frac{BD}{BC}$ mà AC = CE nên $AM = \frac{BD.CE}{BC}$

$\frac{AN}{AB} = \frac{CE}{BC}$ mà AB = BD nên $AN = \frac{BD.CE}{BC}$

Vậy AM = AN.

Câu 4:

Ta có: x + y = 1 $\Rightarrow$ y = 1 - x.

$$3(3x-2)^2 + \frac{8x}{y} \geq 7$$

$$\Leftrightarrow 3(3x-2)^2 + \frac{8}{1-x} \geq 7$$

$$\Leftrightarrow 3(3x-1)^2 + 18(1-x) + \frac{8}{1-x} \geq 24$$

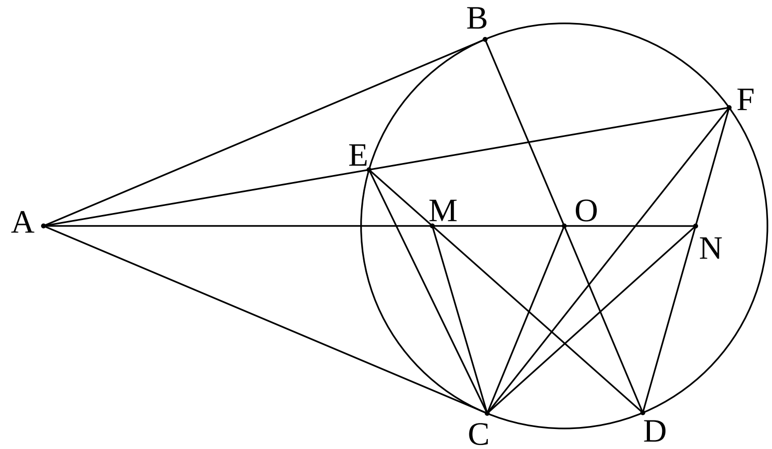
Theo bất đẳng thức Cô si cho hai số dương $18(1-x)$ và $\frac{8}{1-x}$, ta có:

$$3(3x-1)^2 + 18(1-x) + \frac{8}{1-x} \geq 18(1-x) + \frac{8}{1-x} \geq 2\sqrt{18(1-x).\frac{8}{1-x}} = 2\sqrt{18.8} = 24$$

Đẳng thức xảy ra khi $3(3x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Khi $x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}$.

Câu 5:



1. Ta có:
$\widehat{DEC} = \widehat{DBC} = \widehat{OAC}$. Suy ra: Tứ giác ACNE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CMD} = \widehat{CAE}$.
$\widehat{CFD} = \widehat{CBD} = \widehat{CAN}$. Suy ra: Tứ giác ACNF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CND} = \widehat{CAE}$.
Suy ra: $\widehat{CND} = \widehat{CMD}$. Do đó hình thang CMND (MN//CD) nội tiếp được nên là hình thang cân.
Suy ra: $\widehat{CNM} = \widehat{EDC} = \widehat{CFE}$ (1)
Ta có: $\widehat{CMN} = 180^0 - \widehat{CMA} = 180^0 - \widehat{CEA} = \widehat{CEF}$ (2)
Từ (1) và (2), suy ra: $\Delta CEF \backsim \Delta CMN$.
2.
Tứ giác CMND là hình thang cân nên $\widehat{CNM} = \widehat{NMD}$.
Mà $\widehat{CNM} = \widehat{BNM}$ nên $\widehat{BNM} = \widehat{NMD}$.
Suy ra: BN//DM (3)
Mà DM = CN = BN (4)
Nên tứ giác BMDN là hình bình hành.
Suy ra hai đường chéo MN và BD cắt nhau tại O là trung điểm của mỗi đường.
Vậy OM = ON.

Câu 6:

1. Vì chữ số tận cùng là 0 nên $M \vdots 5$.
Xét các trường hợp:
(1) Cả hai số a, b đều lẻ.
Suy ra: a^2, b^2, ab đều lẻ hay M lẻ (vô lý, vì M tận cùng là 0)
(2) Một trong hai số a, b có một số lẻ, một số chẵn.
Không mất tính tổng quát, giả sử số lẻ là a, số chẵn là b.
Suy ra: a^2 lẻ, b^2 và ab chẵn hay M lẻ (vô lý, vì M tận cùng là 0)
Do đó cả hai a, b đề chẵn.
Khi đó: $a^2 \vdots 4$; $b^2 \vdots 4$; $ab \vdots 4$ hay $M \vdots 4$.
Vậy $M \vdots 4.5 = 20$ (vì (4 ,5) = 1).
2. Ta có: $\left(a^2 + ab + b^2\right)\left(a - b\right) = a^3 - b^3 \vdots 5 \Rightarrow \left(a^3 - b^3\right)\left(a^3 + b^3\right) = a^6 - b^6 \vdots 5$
Ta lại có: $a^6 - a^2 = a^2\left(a-1\right)\left(a+1\right)\left(a^2+1\right) = a\left[\left(a-2\right)\left(a-1\right)a\left(a+1\right)\left(a+2\right)\right] + 5a^2\left(a-1\right)\left(a+1\right) \vdots 5$
với $\forall a \in N$ (vì tích của 5 số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 5).
Tương tự: $b^6 - b^2 \vdots 5 \ \forall b \in N$
$\Rightarrow a^6 - b^6 - \left(a^6 - a^2\right) + \left(b^6 - b^2\right) = a^2 - b^2 \vdots 5$
$\Rightarrow \left(a^2 - b^2\right)\left(a + b\right) - \left(a^3 - b^3\right) = ab\left(a - b\right) \vdots 5$
$\Rightarrow ab\left(a - b\right)\left(a - b\right) = ab\left(a^2 - 2ab + b^2\right) \vdots 5$ (1)

Mà $ab.M = ab\left(a^2 + ab + b^2\right) \vdots 5$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $ab.3ab = 3a^2b^2 \vdots 5 \Rightarrow (ab)^2 \vdots 5 \Rightarrow ab \vdots 5$

Ta có: $M = a^2 + ab + b^2 \vdots 5 \Rightarrow b.M = ab\left(a+b\right)b^3 \vdots 5$

Mà $ab(a + b) \vdots 5$ do $ab \vdots 5 \Rightarrow b^3 \vdots 5 \Rightarrow b \vdots 5$.

$\Rightarrow a^2 = M - b(a + b) \vdots 5 \Rightarrow a \vdots 5$.

$\Rightarrow M \vdots 5$.

Mà theo câu 1, ta có: $M \vdots 4$. Ta lại có: (4, 25) = 1 nên $M \vdots 4.25 = 100$.

Vậy chữ số hàng chục của M là 0.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 10

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT NGUYỄN THƯỢNG HIỀN TP. HCM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Đây là đề chính thức của đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT năm học 2013 - 2014 của TP. Hồ Chí Minh

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 2x - 1 = 0$

c) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

d) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

Câu 2: *(1,5 điểm)*

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$ và đường thẳng (D): $y = -x + 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{\sqrt{x}-3}\right).\frac{\sqrt{x}+3}{x+9} \text{ với } x \geq 0; x \neq 9$$

$$B = 21\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2 - 6\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2 - 15\sqrt{15}$$

Câu 4: *(1,5 điểm)*

Cho phương trình: $8x^2 - 8x + m^2 + 1 = 0$ (*) (x là ẩn số)

a) Định m để phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{1}{2}$.

b) Định m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện:

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

Câu 5: *(3,5 điểm)*

Cho tam giác ABC không có góc tù (AB < AC), nội tiếp đường tròn (O; R). (B, C cố định, A di động trên cung lớn BC). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F, cắt AC tại I.

a) Chứng minh rằng: $\widehat{MBC} = \widehat{BAC}$. Từ đó suy ra MBIC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: FI.FM = FD.FE.

c) Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q). Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.

d) Tìm vị trí điểm A trên cung lớn BC sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

*(Điểm chuẩn vào trường là: **NV1**: 38,25 điểm; **NV2**: 39,25 điểm; **NV3**: 40,25điểm)*

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT CỦA TP. HỒ CHÍ MINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Delta = 1$. Suy ra: $x_1 = 1$; $x_2 = 3$.

1b) $x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta' = 2$. Suy ra: $x_1 = 1 + \sqrt{2}; x_1 = 1 - \sqrt{2}$

1c) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$.

Đặt: $t = x^2$, $(t \geq 0)$

Phương trình trở thành: $t^2 + 3t - 4 = 0$.

$\Delta = 25 > 0$.

$t_1 = -4$ (loại) và $t_2 = 1$ (nhận)

Với $t = 1 \Rightarrow x = \pm 1$.

1 d) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

Giải hệ phương trình trên, ta được: $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$.

Câu 2:

2a) Vẽ (P) và lập bảng giá trị đúng.

Vẽ (D) và lập bảng giá trị đúng.

2b) Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (D) là:

$x^2 = -x + 2$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -2$.

Với $x = 1 \Rightarrow y = 1$

Với $x = -2 \Rightarrow y = 4$.

Câu 3:

3a)

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{\sqrt{x}-3}\right) . \frac{\sqrt{x}+3}{x+9}$$

$$= \frac{x+9}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} . \frac{\sqrt{x}+3}{x+9}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}-3}$$

3b)

$$B = 21\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2 - 6\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= 21\left[\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}\right)^2}\right]^2 - 6\left[\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}\right)^2}\right]^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= 21\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^2 - 6\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= 15\left(4+\sqrt{15}\right) - 15\sqrt{15} = 60$$

Câu 4:

4a) Ta có: $8x^2 - 8x + m^2 + 1 = 0$.

Phương trình có nghiệm là $x = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$.

4b) Ta có: $\Delta' = 8 - 8m^2$.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $8 - 8m^2 \geq 0$.

Theo định lý Vi - ét, ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1x_2 = \frac{m^2+1}{8}$.

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

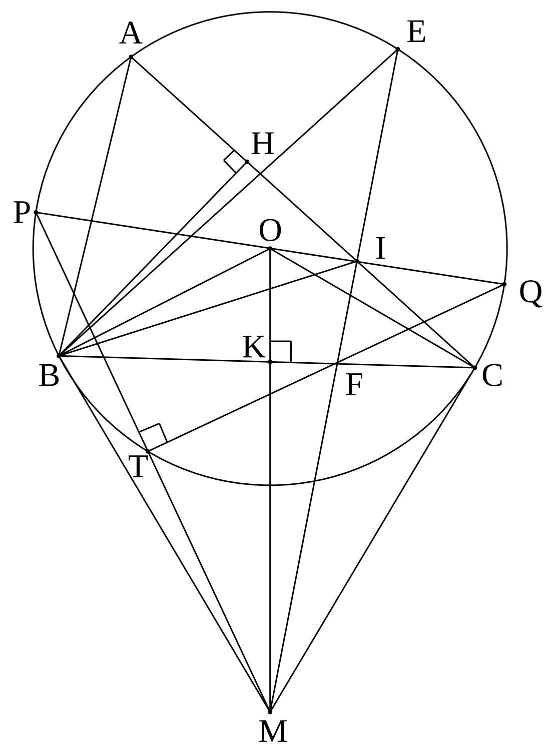
$$\Leftrightarrow x_1^3(1 - x_1) - x_2^3(1 - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 5:



5a)

$\widehat{MBC} = \widehat{BAC}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{BC}$)

$\widehat{MIC} = \widehat{BAC}$ (đồng vị)

$\Rightarrow \widehat{MBC} = \widehat{MIC}$

$\Rightarrow$ Tứ giác MBIC nội tiếp.

5b)

$\Delta IFC \backsim \Delta BFM \Rightarrow FI.FM = FB.FC$

$\Delta BFD \backsim \Delta EFC \Rightarrow FD.FE = FB.FC$

Vậy FI.FM = FD.FE.

5c)

$\widehat{PTQ} = 90^0$ (góc nội tiếp nửa đường tròn)

$\Delta BFT \backsim \Delta QFC \Rightarrow FT.FQ = FB.FC$

Mà FI.FM = FB.FC $\Rightarrow$ FI.FM = FT.FQ

$\Rightarrow \Delta MFT \backsim \Delta QFI$.

Suy ra: $\widehat{MTQ} = \widehat{MIQ}$ (1)

Tứ giác MBOC và tứ giác MBIC nội tiếp nên 5 điểm M, B, O, I, C cùng thuộc đường tròn đường kính OM.

Suy ra: $\widehat{MIQ} = \widehat{MIO} = 90^0$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{MTQ} = 90^0$.

$\widehat{PTQ} + \widehat{MTQ} = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ P, T, M thẳng hàng.

Kẻ BH $\perp$ AC.

$$S_{IBC} = \frac{1}{2}BH.IC = \frac{1}{2}IB.IC.\sin\widehat{BIA}.$$

Do $\widehat{BIA} = 180^0 - 2\widehat{BAC}$ không đổi nên S_{IBC} lớn nhất khi IB.IC lớn nhất.

$$IB.IC = IA.IC \leq \left(\frac{IA + IC}{2}\right)^2 = \frac{AC^2}{4} \leq R^2$$

Dấu "=" xảy ra khi IA = IC và A đối xứng với C qua tâm O.

--- HẾT ---

ĐỀ SỐ 11

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT GIA ĐỊNH TP. HCM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Đây là đề chính thức của đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT
năm học 2013 - 2014 của TP. Hồ Chí Minh

Điểm chuẩn lớp chuyên:

LỚP CHUYÊN	NGUYỆN VỌNG 1	NGUYỆN VỌNG 2
Tiếng Anh	34.5	35.25
Hoá học	31	31.25
Vật lí	29.75	30
Toán	30.75	31
Ngữ văn	32.5	33.5

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

*(Điểm chuẩn vào trường: **NV1**: 34,50 điểm; **NV2:** 35,50 điểm; **NV3**: 36,50 điểm)*

ĐỀ SỐ 12

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN ĐẠI NGHĨA
NĂM HỌC 2013 - 2014

Đề thi vào lớp 10 trường THPT chuyên Trần Đại nghĩa là đề thi vào lớp 10 trường THPT chuyên Lê Hồng Phong TP Hồ Chí Minh năm học 2013 - 2014.

Điểm chuẩn lớp chuyên:

LỚP CHUYÊN	NGUYỆN VỌNG 1	NGUYỆN VỌNG 2
Tiếng Anh	36.5	37.25
Hoá học	34.25	35
Vật lí	35	35.5
Sinh học	34.75	35.5
Toán	34.75	35.5
Ngữ văn	36	36.75

Điểm chuẩn lớp không chuyên:

NGUYỆN VỌNG 3	NGUYỆN VỌNG 4
29.5	**30.0**

ĐỀ SỐ 14.1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
AN GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chung)
Ngày thi: 15/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

a) Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=1$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{3}x+\sqrt{2}y-5=0\\ 2\sqrt{3}x-3\sqrt{2}y=0\end{cases}$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho hai hàm số: $y = x^2$ (P) và $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$ (d)

a) Vẽ đồ thị của hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 + 1(1 - y)x + 4 - y = 0$ (*)

a) Tìm y sao cho phương trình (*) ẩn x có một nghiệm kép.

b) Tìm cặp số (x; y) dương thỏa phương trình (*) sao cho y nhỏ nhất.

Câu 4: *(4,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, D là trung điểm của AC, vẽ đường tròn (O) đường kính CD cắt BC tại E, BD cắt đường tròn (O) tại F.

a) Chứng minh rằng: Tứ giác ABCF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: $\widehat{AFB}=\widehat{ACB}$ và tam giác DEC cân.

c) Kéo dài AF cắt đường tròn (O) tại H. Chứng minh rằng: Tứ giác CEDH là hình vuông.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN ĐỀ CHUNG

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU – AN GIANG

NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1a) $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{2-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{4-3}$

$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+2-\sqrt{3}=1$

Vậy $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=1.$

1b) $\begin{cases}\sqrt{3}x+\sqrt{2}y-5=0 & (1)\\ 2\sqrt{3}x-3\sqrt{2}y=0 & (2)\end{cases}$

Nhân phương trình (1) cho 3 rồi cộng với phương trình (2), ta được:

$\begin{cases}3\sqrt{3}x+3\sqrt{2}y-15=0\\ 2\sqrt{3}x-3\sqrt{2}y=0\end{cases}$

$\Rightarrow 5\sqrt{3}x-15=0$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{3}x=15$

$\Leftrightarrow x=\frac{15}{5\sqrt{3}}=\sqrt{5}.$

Thay $x=\sqrt{3}$ vào phương trình (1), ta được:

$\sqrt{3}.\sqrt{3}+\sqrt{2}y-5=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}y-2=0$

$\Leftrightarrow y=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm là $\left(\sqrt{3};\ \sqrt{2}\right)$.

Câu 2:

2a) Vẽ đồ thị hàm số (P) và (d).

Bảng giá trị của hàm số (d): $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$.

x	0	1
y	$\frac{3}{2}$	1

Bảng giá trị của hàm số (P): y = f(x) = x^2.

x	-1	0	1
y	1	0	1

2b) Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (d) là:

$x^2=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=0$

Giải ra, tta được: $x_1=1;\ x_2=-\frac{3}{2}.$

Khi $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -\frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{2} = 1$

Khi $x_2 = -\frac{3}{2} \Rightarrow y_2 = -\frac{1}{2}x_2 + \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$.

Vậy giao điểm của hai đồ thị là $(1;\ 1)$, $\left(-\frac{3}{2};\ \frac{9}{4}\right)$

Câu 3:

3a) $x^2 + (1 - y)x + 4 - y = 0$

$\Delta = (1 - y)^2 - 4(4 - y) = 1 - 2y + y^2 - 16 + 4y = y^2 + 2y - 15$.

Phương trình có nghiệm kép khi $\Delta = 0$.

Khi đó, ta được: $y^2 + 2y - 15 = 0$

$\Delta' = 1 + 15 = 16$.

$\Rightarrow y_1 = 3;\ y_2 = -5$.

Vậy khi y = 3 hoặc y = - 5 thì phương trình có nghiệm kép.

3b)

$x^2 + (1 - y)x + 4 - y = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + x - xy + 4 - y = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + x + 4 - (x + 1)y = 0$

Do x, y dương nên x + 1 > 0.

$\Leftrightarrow y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$

$\Leftrightarrow y = x + \frac{4}{x + 1} = x + 1 + \frac{4}{x + 1} - 1$

Ta có: $x + 1 + \frac{4}{x + 1} = \sqrt{(x + 1)^2} - 4 + \left(\frac{2}{\sqrt{x + 1}}\right)^2 + 4 = \left(\sqrt{x + 1} - \frac{2}{\sqrt{x + 1}}\right)^2 \geq 4$

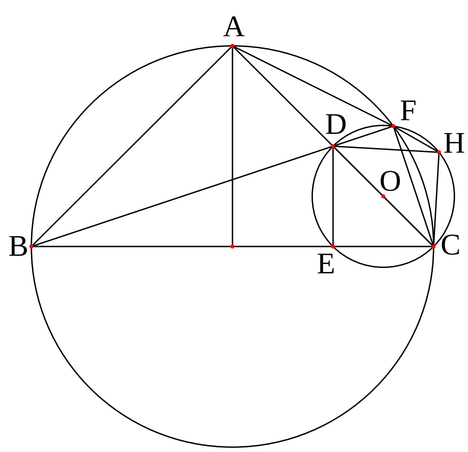
Suy ra: $y \geq 4 - 1 = 3$.

Giá trị lớn nhất của y là 3.

Dấu "=" xảy ra khi x + 1 = 2 $\Leftrightarrow$ x = 1 và y = 3.

Vậy cặp số (x; y) thỏa mãn đề bài là (1; 3).

Câu 4:



4a)

$\widehat{BAC} = 90^0$ (giả thiết)

$\widehat{CFD} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Tứ giác ABCF nội tiếp do A và F cùng nhìn đoạn BC một góc bằng 90^0.

Vậy tứ giác ABCF nội tiếp.

4b)

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCF.

$\widehat{AFB}$ là góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{AB}$

$\widehat{ACB}$ là góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{AB}$

Vậy $\widehat{AFB} = \widehat{ACB}$.

Ta có: $\widehat{DEC} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\widehat{DCE} = 45^0$ (tam giác ABC vuông cân)

Vậy ΔDEC vuông cân.

4c) sđ $\widehat{AFD} = \frac{1}{2}\left(\text{sđ}\overset{\frown}{DF} + \text{sđ}\overset{\frown}{FH}\right) = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{DH}$

sđ $\widehat{DCH} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{DH}$ (góc nội tiếp)

Mà $\widehat{AFB} = \widehat{ACB}$

Vậy $\widehat{DCH} = \widehat{ACB} = 45^0$.

Ta lại có tam giác DHC vuông nên hai tam giác DEC và DCH vuông cân.

Tứ giác CEDH là hình vuông.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 14.2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
AN GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chuyên)
Ngày thi: 15/6/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(3,0 điểm)*

a) Chứng minh rằng: $\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{2}$.

b) Chứng minh rằng nếu a + b + 5c = 0 thì phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

c) Giải phương trình: $x^3-10x\sqrt{x}+16=0$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho hàm số: $y = 2|x| - 1$.

a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho.

b) Tính diện tích tam giác tạo bởi đồ thị hàm số và trục hoành.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y=2+m \\ 3x-4y=-8+7m \end{cases}$ (m là số cho trước)

a) Giải hệ phương trình.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x; y) sao cho $x^4 + y^4$ nhỏ nhất.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho hình vuông ABCD nội tiếp trong đường tròn (O); M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ CD; MB cắt AC tại E.

a) Chứng minh rằng góc $\widehat{ODM}+\widehat{BEC}=180^0$.

b) Chứng minh rằng hai tam giác MAB và MEC đồng dạng. Từ đó suy ra: MC.AB = MB.EC.

c) Chứng minh: MA + MC = MB.$\sqrt{2}$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN CHUYÊN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1a) $\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

Ta có:

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)\sqrt{2}=\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}=\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1=2$$

Suy ra: $\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{2}$.

1b) Phương trình bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$.

Do $a + b + 5c = 0 \Rightarrow b = - a - 5c$.

Xét: $\Delta = b^2 - 4ac = (a + 5c)^2 - 4ac$

$= a^2 + 10ac + 25c^2 - 4ac = a^2 + 6ac + 9c^2 + 16c^2$

$= (a + 3c)^2 + 16c^2 \geq 0$.

Dấu bằng xảy ra khi:

$$\begin{cases} a+3c=0 \\ c=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=c=0$$

Điều nàu không xảy ra do $a \neq 0$ hay $\Delta > 0$.

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt.

1c) $x^3-10x\sqrt{x}+16=0$

Đặt: $t=x\sqrt{x}$, điều kiện: $t\geq 0 \Rightarrow t^2 = x^3$ phương trình trở thành:

$t^2 - 10t + 16 = 0$

$\Delta' = 25 - 16 = 9$.

Phương trình có hai nghiệm $t_1 = 8$; $t_2 = 2$.

Với $t_1 = 8 \Rightarrow x\sqrt{x}=8 \Rightarrow x^3=64 \Leftrightarrow x=4$

Với $t_2 = 2 \Rightarrow x\sqrt{x}=2 \Rightarrow x^3=4 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{4}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{4;\ \sqrt[3]{4}\right\}$

Câu 2:

2a) $y = 2|x| - 1 = \begin{cases} 2x-1 & \text{nếu } x \geq 0 \\ -2x-1 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$

Với $x \geq 0$ đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 2x - 1$ qua hai điểm $(0; -1)$, $(1; 1)$.

Với $x < 0$ đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -2x - 1$ qua hai điểm $(-1; -3)$; $\left(-\frac{1}{2};\ 0\right)$

Vẽ đồ thị:

2b) Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm $A\left(-\frac{1}{2};\ 0\right)$ và $B\left(\frac{1}{2};\ 0\right)$

Đồ thị cắt Oy tại $C(0; -1)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy tam giác ABC cân tại C có đường cao OC và $OC = 1$; $AB = 1$.

Vậy diện tích tam giác $S_{ABC}=\frac{1}{2}OC.AB=\frac{1}{2}$ đvdt.

Câu 3:

3a) $\begin{cases} 2x+y=2+m & (1) \\ 3x-4y=-8+7m & (2) \end{cases}$

Nhân phương trình (1) cho 4 rồi cộng với phương trình (2), ta được:

$$\begin{cases} 8x+4y=8+4m \\ 3x-4y=-8+7m \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 11x = 11m $\Rightarrow$ x = m.

Thay x vào phương trình (1), ta được:

2m + y = 2 + m

$\Leftrightarrow$ y = 2 - m.

Vậy hệ phương trình có một nghiệm (m; 2 - m).

3b)

$x^4 + y^4 = m^4 + (2 - m)^4$

$= (m^2)^2 - 2m^2(2 - m)^2 + (2 - m)^4 + 2m^2(2 - m)^2$

$= [m^2 - (2 - m)^2]^2 + 2[m(2 - m)]^2$

$= [4m - 4]^2 + 2[2m - m^2]^2$

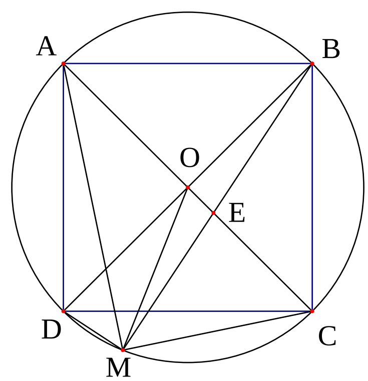
$= 16[m - 1]^2 + 2[(m - 1)^2 - 1]^2$

$= 2(m - 1)^4 + 12(m - 1)^2 + 2 \geq 2.$

$x^4 + y^4$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi m = 1.

Vậy m = 1 thì hệ phương trình có nghiệm là (1; 1) thỏa mãn đề bài.

Câu 4:



4a) Ta có:

OD $\perp$ AC (đường chéo hình vuông)

DM $\perp$ MB (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Vậy tứ giác ODME nội tiếp.

Suy ra: $\widehat{ODM}+\widehat{OEM}=180^0 \Rightarrow \widehat{ODM}+\widehat{BEC}=180^0$

1b)

$\widehat{AMB}=\widehat{BMC}$ (góc nội tiếp chắn hai cung tương ứng $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$)

$\widehat{ABM}=\widehat{ACM}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung)

$\Rightarrow \Delta MAB \backsim \Delta MEC$.

Từ đó, suy ra: $\dfrac{MA}{ME}=\dfrac{MB}{MC}=\dfrac{AB}{EC} \Leftrightarrow MC.AB = MB.EC$ (1)

4c) Ta có:

$\widehat{AMB}=\widehat{BMC}$ (góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$\widehat{MAC}=\widehat{MBC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung)

Vậy $\Delta MAE \backsim \Delta MBC$.

Suy ra: $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{AE}{BC}=\dfrac{ME}{MC} \Leftrightarrow MA.BC = MB.AE$ (2)

Cộng (1) và (2), ta được: MC.AB + MA.BC = MB.AC

$AC=\sqrt{2}.AB \Rightarrow MA+MC=AB.\dfrac{AC}{AB}$.

Do AC là đường chéo của hình vuông nên $AC=\sqrt{2}.AB$.

Vậy $MA + MC = MB.\sqrt{2}$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 15

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
AN GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THỦ KHOA NGHĨA
NĂM HỌC 2013 - 2014

Đề thi chuyên Thủ Khoa Nghĩa là đề thi chuyên Thoại Ngọc Hầu năm học 2013 - 2014.

ĐỀ SỐ 16

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN PHÚ
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

a) Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{x-3}{x+2\sqrt{x}+4} - \frac{7\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-8}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}\right)$$

Tìm x sao cho A < 2.

b) Tìm m sao cho phương trình: $x^2 - (2m + 4)x + 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = 2x_1 + 3$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = \frac{x-7}{3}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 + xy = y^2 - 3y + 2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$

Câu 3: *(3,0 điểm)*

Cho hai điểm A, B cố định. Một điểm C khác B di chuyển trên (O) đường kính AB sao cho AC>BC. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt tiếp tuyến tại A ở D, cắt AB ở E. Hạ AH $\perp$ CD tại H.

a) Chứng minh: AD.CE = CH.DE

b) Chứng minh: OD.BC là hằng số.

c) Giả sử đường thẳng đi qua E vuông góc AB cắt AC, BD lần lượt tại F, G. Gọi I là trung điểm của AE. Chứng minh trực tâm ÌG là điểm cố định.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

a) Chứng minh $x \geq y \geq 1$ thì $x + \frac{1}{x} \geq y + \frac{1}{y}$.

b) Cho $1 \leq a, b, c \leq 2$. Chứng minh: $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \leq 10$

Câu 5: *(2,0 điểm)*

a) CHo a, b, là 2 số nguyên dương thỏa mãn a + 20; b + 13 cùng chia hết 21. Tìm số dư của phép chia $A = 4^a + 9^b + a + b$ cho 21.

b) Có thể phỉ kiến bảng 20 x 13 ô vuông bằng các miếng lát có một trong hai dạng (có thể xoay và sử dụng đồng thời cả hai dạng miếng lát) sao cho các miếng lát không chòm lên nhau?

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 17

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐÀ NẴNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,5 điểm)*

a) Tìm các nghiệm của phương trình: $2x^2 + 4x + 3a = 0$, (1) biết rằng phương trình (1) có một nghiệm là số đối của một nghiệm nào đó của phương trình: $2x^2 - 4x - 3a = 0$.

b) Cho hệ thức: $x^2 + (x^2 + 2)y + 6x + 9 = 0$, với x, y là các số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của y.

Câu 2: *(2,5 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x^4+1)(y^4+1) = 4xy \\ \sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} = 1 - x^3 \end{cases}$

b) Tìm các số nguyên x, y sao cho: $2x - 2\sqrt{y+2} = 2\sqrt{2x+1} - y$.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Cho đoạn thẳng BC có M là trung điểm. Gọi H là một điểm của đoạn thẳng BM (H khác các điểm B và M). Trên đường thẳng vuông góc với BC tại H lấy điểm A sao cho $\widehat{BAH} = \widehat{MAC}$. Đường tròn tâm A bán kính AB cắt đoạn thẳng BC tại điểm thứ hai ở D và cắt đoạn thẳng AC tại E. Gọi P là giao điểm của AM và EB.

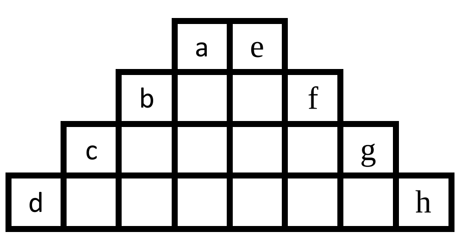
a) Đặt AB = r. Tính tích: DH.AM theo r.

b) Gọi h_1, h_2, h_3 lần lượt là khoảng cách từ điểm P đến các đường thẳng BC, CA, AB. Chứng minh rằng: $\frac{h_2}{AB} + \frac{h_3}{AC} < 1 - \frac{2h_1}{BC}$

c) Gọi Q là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác APE và BPM. Chứng minh rằng tứ giác BCEQ là tứ giác nội tiếp.

Câu 4: *(1,5 điểm)*

Cho một tháp số (gồm 20 ô vuông giống nhau) như hình vẽ. Mỗi ô vuông được ghi một số nguyên dương n với $1 \le n \le 20$, hai ô vuông bất kỳ không được ghi cùng một số. Ta quy định trong tháp số này 2 ô vuông kề nhau là 2 ô vuông có chung cạnh. Hỏi có thể có cách ghi nào thỏa mãn điều kiện: Chọn 1 ô vuông bất kỳ (khác với các ô vuông được đặt tên a, b, c, d, e, f, g, h như hình vẽ) thì tổng của số được ghi trong ô đó và các số được ghi trong 3 ô vuông kề với nó chia hết cho 4?



.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

a) Cộng hai phương trình với nhau ta được:

$(2x^2 + 4x + 3a) + (2x^2 - 4x - 3a) = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Với x = 0 thì phương trình (1) trở thành $3a = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

Xét a = 0 (1) $\Leftrightarrow 2x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Tiến hành kiểm tra với phương trình $2x^2 - 4x - 3a = 0$.

Vì phương trình (1) có một nghiệm x = -2 là nghiệm đối so với nghiệm của phương trình:

$2x^2 - 4x - 3a = 0$

Nên với a = 0, x = 2 luôn thỏa mãn.

Vậy các nghiệm của phương trình (1) là x = 0, x = - 2.

b) Biến đổi: $x^2 + (x^2 + 2)y + 6x + 9 = 0$ thành $x^2(1 + y) + 6x + 2y + 9 = 0$. (1)

Xét y = - 1 phương trình (1) trở thành: $6x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{6}$.

Xét $y \neq -1$.

Ta có: $\Delta = 36 - 4(1 + y)(2y + 9) = -8y^2 - 44y$.

Để phương trình trên có nghiệm thì $\Delta \geq 0$.

Hay $8y^2 + 44y \leq 0 \Leftrightarrow 2y^2 + 11y \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{11}{2} \leq y \leq 0$.

Suy ra: Giá trị nhỏ nhất của y là $-\frac{11}{2}$ đạt được $x = \frac{2}{3}$.

Câu 2:

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \left(x^4+1\right)\left(y^4+1\right) = 4xy \\ \sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} = 1 - x^3 \end{cases}$

Điều kiện: $y \geq 1$.

$4xy = (x^4 + 1)(y^4 + 1) \geq 4x^2y^2 \Rightarrow 0 \leq xy \leq 1$.

Mà $y \geq 1 \Rightarrow x \leq 1$.

Do đó: $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} \leq 0 \leq 1 - x^3$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x, y) = (1, 1).

b) Ta có:

$2x - 2\sqrt{y+2} = 2\sqrt{2x+1} - y$

$\Leftrightarrow 2x + y = 2\sqrt{2x+1} + \sqrt{y+2}$

Vì x, y nguyên nên $\left(\sqrt{2x+1} + \sqrt{y+2}\right)$ nguyên hay $\sqrt{2x+1}$ và $\sqrt{y+2}$ nguyên.

Ta có phương trình tương đương:

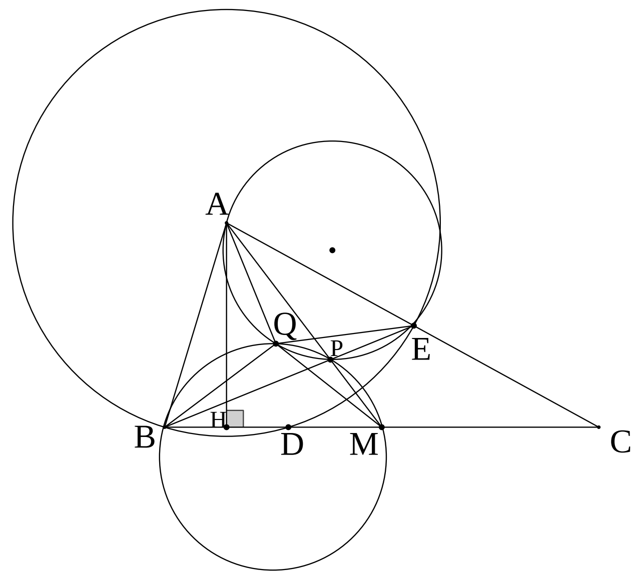
$\left(\sqrt{2x+1} - 1\right)^2 + \left(\sqrt{y+2} - 1\right)^2 = 5$

Vì $\sqrt{2x+1}$ và $\sqrt{y+2}$ nguyên nên

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left(\sqrt{2x+1}-1\right)^2=1\\ \left(\sqrt{y+2}-1\right)^2=4\end{cases}\\ \begin{cases}\left(\sqrt{2x+1}-1\right)^2=4\\ \left(\sqrt{y+2}-1\right)^2=1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sqrt{2x+1}-1=1\\ \sqrt{y+2}-1=2\end{cases}\\ \begin{cases}\sqrt{2x+1}-1=2\\ \sqrt{y+2}-1=1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\sqrt{2x+1}=2\\ \sqrt{y+2}=3\end{cases}\\ \begin{cases}\sqrt{2x+1}=3\\ \sqrt{y+2}=2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\ y=7\end{cases}\\ \begin{cases}x=4\\ y=2\end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy các số (x, y) thỏa mãn là $\left(\frac{3}{2},\ 7\right)$ và $\left(4,\ 2\right)$.

Câu 3:



a) Ta phát biểu một bổ đề quen thuộc:

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O) và có AD là đường cao.

Khi đó, ta luôn có: $\widehat{BAH}=\widehat{CAO}$.

Áp dụng vào bài toán.

Ta có: $\widehat{BAH}=\widehat{CAO}$ với O là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Suy ra: $\widehat{CAM}=\widehat{CAO}$ (1)

Mặt khác, ta có: $\widehat{ABC}=90^0$, $\widehat{ACB}<90^0$ nên O luôn nằm trong $\widehat{BAC}$. M $\in$ [BC] nên O, M cùng phía với AC.

Từ (1), ta có AM đi qua O. Mà O nằm trên trung trực của BC nên $M\equiv O$ hay $\widehat{BAC}=90^0$.

Dễ thấy: BH = HD, AM = MB

$\Rightarrow$ DH.AM = BH.MB = $\frac{1}{2}BH.BC=\frac{1}{2}AB^2=\frac{r^2}{2}$.

b)

$$\frac{h_2}{AB}+\frac{h_3}{AC}<1-\frac{2h_1}{BC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2S_{\Delta PAC}}{AB.AC}+\frac{2S_{\Delta PAB}}{AB.AC}<1-\frac{2h_1}{BC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\left(S_{\Delta ABC}-S_{\Delta PBC}\right)}{AH.BC}<1-\frac{2h_1}{BC}$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{h_1}{AH}<1-\frac{2h_1}{BC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{AH}>\frac{2}{BC}$$

Bất đẳng thức cuối cùng luôn đúng vì $H\in\left(BM\right)\Rightarrow AH<AM=\frac{1}{2}BC\Rightarrow\frac{1}{AH}>\frac{2}{BC}$.

Ta có điều phải chứng minh.

c) $\widehat{QBP}=\widehat{QMP}$ và $\widehat{QAP}=\widehat{QEP}$ nên $\Delta QBE \backsim \Delta QMA$ (g.g)

Do đó: $\frac{QB}{QE}=\frac{QM}{QA}$ (2)

và $\widehat{BQE}=\widehat{MQA}$ (3)

Từ (3), ta có: $\widehat{BQM} = \widehat{AQE}$, kết hợp với (2) thì $\Delta QBM \backsim \Delta QEA$ (c.g.c)

Suy ra: $\widehat{QBM} = \widehat{QEA}$ (điều phải chứng minh)

Câu 4:

			a	e			
		b	x_1	x_2	f		
	c	x_3	x_4	x_5	x_6	g	
d							h

Ta đánh dấu các ô như trên hình vẽ.

Ở đây các ô: x_i, $i=\overline{1,6}$ đều có 4 ô xung quanh.

Xét theo vị trí x_i, theo đề bài, ta có:

$$\begin{cases} 4 \mid x_1 + a + b + x_4 & (1) \\ 4 \mid x_1 + b + x_2 + x_4 & (2) \\ 4 \mid x_1 + a + x_2 + x_4 & (3) \\ 4 \mid x_1 + a + b + x_2 & (4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4 \mid 4x_1 + 3(a + b + x_4 + x_2)$$

$$\Rightarrow 4 \mid 3(a + b + x_2 + x_4)$$

$\Rightarrow 4 \mid a + b + x_2 + x_4 \quad (5)$ vì (3, 4) = 1.

Từ (5) và (1), (2), (3), (4), ta được: $\begin{cases} 4 \mid x_1 - x_2 \\ 4 \mid x_1 - a \\ 4 \mid x_1 - b \\ 4 \mid x_1 - x_4 \end{cases}$

Vậy x_1, a, b, x_2, x_4 đồng dư (mod4)

Làm tương tự đối với các ô x_2, x_3, x_4, x_5, x_6.

Vậy ta có ít nhất 12 số đồng dư (mod4).

Mà: Từ 1 đến 20 chỉ có 4 lớp số, mỗi lớp gồm 5 số đồng dư (mod4) và 12 số này phải khác nhau.

Vậy không có cách xếp nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 18

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CẦN THƠ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÝ TỰ TRỌNG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 3: *(3,5 điểm)*
Câu 4: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 19

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
YÊN BÁI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(1,5 điểm)* Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{3\sqrt{a}}{a+\sqrt{ab}+b}-\dfrac{3a}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right):\dfrac{(a-1)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a+\sqrt{ab}+b}$

a) Tìm điều kiện của a, b để P có nghĩa, rồi rút gọn P.
b) Tìm các giá trị của a để Q = P(3a + 5) nhận giá trị nguyên.

Câu 2: *(3,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+xy-3y=4 \\ 2x-3y+xy=3 \end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2 - mx + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)
a) Xác định các giá trị của m để hai nghiệm x_1, x_2 (nếu có) của phương trình (1) thỏa mãn đẳng thức: $x_1 - 2x_2 = 1$
b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 2.

Câu 3: *(3,5 điểm)*
Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB, lấy M là điểm tùy ý thuộc nửa đường tròn (M không trùng với A và B). Kẻ đường cao MH của tam giác MAB. Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của H trên MA và MB.
a) Chứng minh tứ giác ABFE nội tiếpng một đường tròn.
b) Kéo dài EF cắt cung MA tại P. Chứng minh MP^2 = MF.MB. Từ đó suy ra tam giác MPH cân.
c) Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) để tứ giác MEHF có diện tích lớn nhất. Tìm diện tích của tứ giác đó theo R.

Câu 4: *(1,0 điểm)*
Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2 + 3y^2 + 4x - 19 = 0$.

Câu 5: *(1,0 điểm)*
Cho ba số dương x, y, x thỏa mãn điều kiện $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{2}{z}=0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $T=\dfrac{x+z}{2x-z}+\dfrac{z+y}{2y-z}$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....
Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 20

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{1}{x-4}\right)(x-4)$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tìm giá trị nhỏ của P.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 1 \\ x + my = m + 6 \end{cases}$ (m là tham số)

1. Giải hệ phương trình với m = 1.
2. Tìm m để hệ số nghiệm (x; y) thỏa mãn: 3x - y = 1.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

1. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m - 6 = 0$. (m là tham số).
Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 với mọi giá trị của m.
Tìm m để: $-5 < x_1 < x_2 < 5$.
2. Giải phương trình: $(x + 2)(x - 3)(x^2 + 2x - 24) = 16x^2$.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác đều ABC có đường cao AH. Trên đường thẳng BC lấy điểm M nằm ngoài đoạn BC sao cho MB > MC và hình chiếu vuông góc của M trên AB là P (P nằm giữa A và B). Kẻ MQ vuông góc với đường thẳng AC tại Q.
1. Chứng minh 4 điểm A, P, Q, M cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm O của đường tròn đó.
2. Chứng minh: BA.BP = BM.BH.
3. Chứng minh OH vuông góc với PQ.
4. Chứng minh: PQ > AH.

Câu 5: *(0,5 điểm)*

Giải phương trình:

$$\sqrt{2x + \frac{2013x - 1}{\sqrt{2 - x^2}}} - \sqrt[3]{2014 - \frac{2013x - 1}{\sqrt{2 - x^2}}} = \sqrt{x + 2013} - \sqrt[3]{x + 1}$$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 21

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN TỤY
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi gồm có 05 câu 01 trang

Câu 1: *(1,5 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức: $M = \sqrt{2} + 2\sqrt{8} - \sqrt{18}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $A = \dfrac{2x^2 + 4}{1 - x^2} - \dfrac{1}{1 + \sqrt{x}} - \dfrac{1}{1 - \sqrt{x}}$ (với $x \geq 0$, $x \neq 1$)

1) Rút gọn A.
2) Tìm giá trị lớn nhất của A.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m = 0$ (1) với x là ẩn, m là tham số)
1) Giải phương trình (1) với m = 0.
2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{12}$.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Một điểm C cố định thuộc đoạn thẳng AO (C khác A và C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn đã cho tại D. Trên cung BD lấy điểm M (M khác B và M khác D). Tiếp tuyến của nửa đường tròn đã cho tại M cắt đường thẳng CD tại E. Gọi F là giao điểm của AM và CD.
1) Chứng minh tứ giác BCFM là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh: EM = EF.
3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác FDM. Chứng minh ba điểm D, I, B thẳng hàng, từ đó suy ra góc ABI có số đo không đổi khi M di chuyển trên cung BD.

Câu 5: *(1,5 điểm)*

1) Chứng minh rằng phương trình: $(n + 1)x^2 + 2x - n(n + 2)(n + 3) = 0$ (x là ẩn số, n là tham số) luôn có nghiệm hữu tỉ với mọi số nguyên n.
2) Giải phương trình: $5\sqrt{1 + x^3} = 2\left(x^2 + 2\right)$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 22

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán chung
(Dành cho học sinh thi chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: (*2,0 điểm*) Cho biểu thức $P = \left(\frac{x^3+1}{x+1} - x\right) : (x-1)$, với $x \neq 1, x \neq -1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P = x^2 - 7$.

Câu 2: (*2,0 điểm*).

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{2}{x} - \dfrac{3}{y-1} = -1 \\ \dfrac{3}{x} + \dfrac{1}{y-1} = 4 \end{cases}$

b) Giải phương trình: $\dfrac{x+1}{99} + \dfrac{x+2}{98} = \dfrac{x+3}{97} + \dfrac{x+4}{96}$

Câu 3: *(2,0 điểm)* Cho phương trình: $x^2 - (2m-1)x + m - 2 = 0$, (x là ẩn, m là tham số).

a) Giải phương trình đã cho với m = 1.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm và tổng lập phương của hai nghiệm đó bằng 27.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài (O). Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MC (A, C là các tiếp điểm) tới đường tròn (O). Từ điểm M kẻ cát tuyến MBD (B nằm giữa M và D, MBD không đi qua(O). Gọi H là giao điểm của OM và AC. Từ C kẻ đường thẳng song song với BD cắt đường tròn (O) tại E (E khác C). Gọi K là giao điểm của AE và BD. Chứng minh:

a) Tứ giác OAMC nội tiếp.

b) K là trung điểm của BD.

c) AC là phân giác của góc $\widehat{BHD}$.

Câu 5: (*1,0 điểm*) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh:

$$\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} + \sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} + \sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq 2 + ab + bc + ca$$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN CHUNG
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1a)

Rút gọn biểu thức: $P=\left(\dfrac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1}-x\right):(x-1)==(x^2\text{ - }2x+1):(x\text{ - }1)$ = x - 1.

Vậy P = x- 1.

1b) Theo phần a) ta có $P=x^2-7\Leftrightarrow x-1=x^2-7\quad(1)$

$(1)\Leftrightarrow x^2-x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\end{array}\right.$.

Kết luận các giá trị của x cần tìm là: $\left[\begin{array}{l}x = -2\\x = 3\end{array}\right.$

Câu 2:

2a) Điều kiện xác định: $x\neq0,\ y\neq1$. Đặt $a=\dfrac{1}{x},\ b=\dfrac{1}{y-1}$

Thay vào hệ đã cho ta được

$$\begin{cases}2a-3b=-1\\3a+b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a-3b=-1\\9a+3b=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11a=11\\2a-3b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y-1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là (x; y) = (1; 2).

2b) Giải phương trình: $\dfrac{x+1}{99}+\dfrac{x+2}{98}=\dfrac{x+3}{97}+\dfrac{x+4}{96}$

Để ý rằng $99+1=98+2=97+3=96+4$ nên phương trình được viết lại về dạng

$\dfrac{x+1}{99}+1+\dfrac{x+2}{98}+1=\dfrac{x+3}{97}+1+\dfrac{x+4}{96}+1\quad(1)$

Phương trình (1) tương đương với

$$\frac{x+100}{99}+\frac{x+100}{98}=\frac{x+100}{97}+\frac{x+100}{96}\Leftrightarrow(x+100)\left(\frac{1}{99}+\frac{1}{98}-\frac{1}{97}-\frac{1}{96}\right)=0\Leftrightarrow x=-100.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = -100.

Câu 3:

3a) Khi m = 1 phương trình có dạng $x^2-x-1=0$.

Phương trình này có biệt thức $\Delta=(-1)^2-4.1.(-1)=5>0,\sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ và $x_2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

3b) Phương trình đã cho có biệt thức:

$\Delta=\left[-(2m-1)\right]^2-4.1.(m-2)=4m^2-8m+9=4(m-1)^2+5>0,\ \forall m$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ với mọi giá trị của tham số m.

Khi đó, theo định lý Viét: $x_1+x_2=2m-1,\ x_1x_2=m-2$

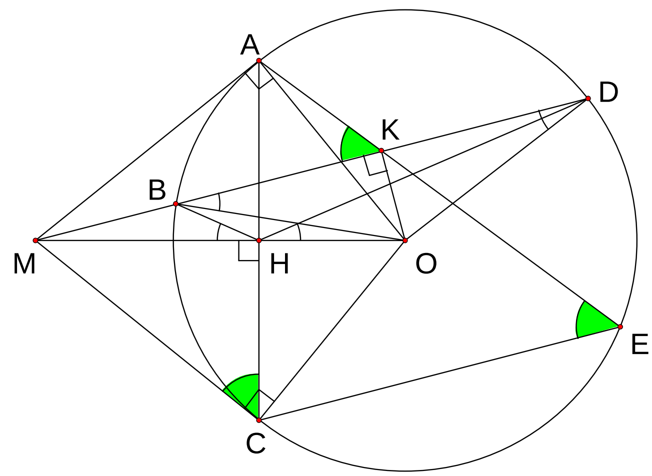
Ta có $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=8m^3-18m^2+21m-7$

$x_1^3 + x_2^3 = 27 \Leftrightarrow 8m^3 - 18m^2 + 21m - 34 = 0 \Leftrightarrow (m-2)(8m^2 - 2m + 17) = 0$ (1)

Do phương trình $8m^2 - 2m + 17 = 0$ có biệt thức $\Delta = 4 - 4.8.17 < 0$ nên (1) $\Leftrightarrow m = 2$

Vậy m = 2.

Câu 4:



4a) Tứ giác OAMC nội tiếp.

Do MA, MC là tiếp tuyến của (O) nên $OA \perp MA,\ OC \perp MC \Rightarrow \widehat{OAM} = \widehat{OCM} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{OAM} + \widehat{OCM} = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác OAMC nội tiếp đường tròn đường kính OM.

4b) K là trung điểm của BD.

Do CE//BD nên $\widehat{AKM} = \widehat{AEC}$, $\widehat{AEC} = \widehat{ACM}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AC}$) $\Rightarrow \widehat{AKM} = \widehat{ACM}$. Suy ra tứ giác AKCM nội tiếp.

Suy ra 5 điểm M, A, K, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính OM $\Rightarrow \widehat{OKM} = 90^0$ hay OK vuông góc với BD. Suy ra K là trung điểm của BD.

4c) AH là phân giác của góc $\widehat{BHD}$.

Ta có: $MH.MO = MA^2$, $MA^2 = MB.MD$ (Do ΔMBA, ΔMAD đồng dạng) $\Rightarrow MH.MO = MB.MD$

$\Rightarrow \Delta MBH, \Delta MOD$ đồng dạng $\Rightarrow \widehat{BHM} = \widehat{ODM} \Rightarrow$ tứ giác BHOD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{BDO}$ (1)

Tam giác OBD cân tại O nên $\widehat{BDO} = \widehat{OBD}$ (2)

Tứ giác BHOD nội tiếp nên $\widehat{OBD} = \widehat{OHD}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{MHB} = \widehat{OHD} \Rightarrow \widehat{BHA} = \widehat{DHA} \Rightarrow$ AC là phân giác của góc $\widehat{BHD}$.

Câu 5:

Do $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ nên ta có

$$\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} = \sqrt{\frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+c^2+ab-c^2}} = \sqrt{\frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+ab}} = \frac{ab+2c^2}{\sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)}}$$

Áp dụng bất đẳng thức $\sqrt{xy} \le \frac{x+y}{2}, (x, y > 0)$

$$\Rightarrow \sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)} \le \frac{2c^2+a^2+b^2+2ab}{2} \le \frac{2(a^2+b^2+c^2)}{2} = a^2+b^2+c^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} = \frac{ab+2c^2}{\sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)}} \ge \frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+c^2} = ab+2c^2 \quad (1)$$

Tương tự $\sqrt{\dfrac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} \ge bc+2a^2$ (2)

và $\sqrt{\dfrac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \ge ca+2b^2$ (3)

Cộng vế theo vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) kết hợp $a^2+b^2+c^2=1$ ta có bất đẳng thức cần chứng minh. Dấu “=’’ khi $a=b=c=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

---- HẾT ----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH PHÚC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán chuyên
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: (*3,0 điểm*).

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy = x + y + 1 \\ yz = y + z + 5 \\ zx = z + x + 2 \end{cases} \quad (x,\ y,\ z \in \mathbb{R})$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1},\ (x \in \mathbb{R})$.

Câu 2: (*2,0 điểm*).

a) Chứng minh: Nếu n là số nguyên dương thì $2\left(1^{2013} + 2^{2013} + ... + n^{2013}\right)$ chia hết cho n(n+1).

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p, q thỏa mãn điều kiện $p^2 - 2q^2 = 1$.

Câu 3: (*1,0 điểm*)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh:

$$\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$$

Câu 4: (*3,0 điểm*)

Cho tam giác nhọn ABC, AB < AC. Gọi D, E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, B, C. Gọi P là giao điểm của đường thẳng BC và EF. Đường thẳng qua D song song với EF lần lượt cắt các đường thẳng AB, AC, CF tại Q, R, S. Chứng minh:

a) Tứ giác BQCR nội tiếp.

b) $\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC}$ và D là trung điểm của QS.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR đi qua trung điểm của BC.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Hỏi có hay không 16 số tự nhiên, mỗi số có ba chữ số được tạo thành từ ba chữ số a, b, c thỏa mãn hai số bất kỳ trong chúng không có cùng số dư khi chia cho 16?

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN CHUYÊN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1a) $\begin{cases} xy = x+y+1 \\ yz = y+z+5 \\ zx = z+x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(y-1)=2 \\ (y-1)(z-1)=6 \\ (z-1)(x-1)=3 \end{cases}$

Nhân từng vế các phương trình của hệ trên ta được

$$\left((x-1)(y-1)(z-1)\right)^2 = 36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-1)(y-1)(z-1)=6 \\ (x-1)(y-1)(z-1)=-6 \end{array}\right.$$

Nếu $(x-1)(y-1)(z-1)=6$, kết hợp với hệ trên ta được

$$\begin{cases} x-1=1 \\ y-1=2 \\ z-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$$

Nếu $(x-1)(y-1)(z-1)=-6$, kết hợp với hệ trên ta được

$$\begin{cases} x-1=-1 \\ y-1=-2 \\ z-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1. \\ z=-2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm $(x;\, y;\, z) = (2;\, 3;\, 4), (0;\, -1;\, -2)$.

1b) Điều kiện xác định $x \ge 1$. Khi đó ta có

$$\sqrt{x^2+3x+2}+\sqrt{x^2-1}+6 = 3\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+2}+2\sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)}+\sqrt{(x-1)(x+1)}+6 = 3\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+2}+2\sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)}+\sqrt{(x-1)(x+1)}-3\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x-1}+2\sqrt{x+2}-6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}-3\right) = 2\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}-3\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}-3\right)=0$$

$$\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}-3=0 \Leftrightarrow x+2+x-1+2\sqrt{(x+2)(x-1)}=9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x-2}=4-x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \\ x^2+x-2 = x^2-8x+16 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$$

$$\sqrt{x+1}=2 \Leftrightarrow x+1=4 \Leftrightarrow x=3.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là S = {2; 3}.

Câu 2:

2a) Nhận xét. Nếu a, b là hai số nguyên dương thì $a^{2013}+b^{2013} \,\vdots\, (a+b)$.

Khi đó ta có: $2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right) = \left(1^{2013}+n^{2013}\right)+\left(2^{2013}+(n-1)^{2013}\right)+...+\left(n^{2013}+1^{2013}\right) \vdots (n+1)$ (1)

Mặt khác

$$2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)$$

$$=\left(1^{2013}+(n-1)^{2013}\right)+\left(2^{2013}+(n-2)^{2013}\right)+...+\left((n-1)^{2013}+1^{2013}\right)+2.n^{2013} \,\vdots\, n \qquad (2)$$

Do n(n + 1) = 1 và kết hợp với (1), (2) ta được $2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)$ chia hết cho n(n + 1).

2b) Nếu p, q đều không chia hết cho 3 thì

$p^2 \equiv 1 \pmod 3, q^2 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow p^2 - 2q^2 \equiv -1 \pmod 3$ vô lý.

Do đó trong hai số p, q phải có một số bằng 3.

Nếu $p = 3 \Rightarrow 9 - 2q^2 = 1 \Leftrightarrow q^2 = 4 \Leftrightarrow q = 2$. Do đó (p, q) = (3, 2).

Nếu $q = 3 \Rightarrow p^2 - 18 = 1 \Leftrightarrow p^2 = 19$ vô lí. Vậy (p, q) = (3, 2).

Câu 3: Ta có $\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \ge \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow 4a(c+1) + 4b(a+1) + 4c(b+1) \ge 3(a+1)(b+1)(c+1)$

$\Leftrightarrow 4(ab+bc+ca) + 4(a+b+c) \ge 3abc + 3(ab+bc+ca) + 3(a+b+c) + 3$

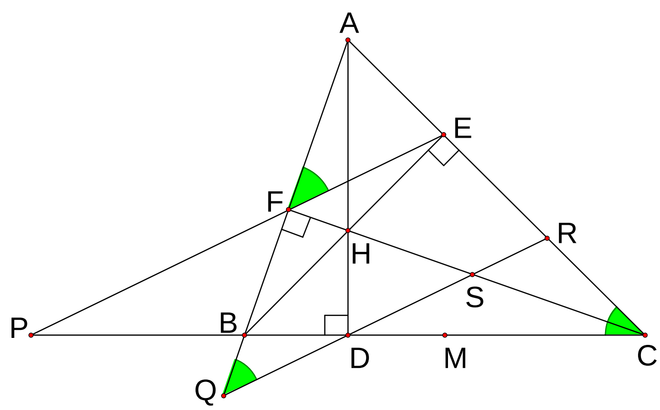
$\Leftrightarrow ab+bc+ca+a+b+c \ge 6 \qquad (1)$

Áp dụng bất đẳng thức AM - GM cho 3 số dương ta được:

$ab+bc+ca \ge 3\sqrt[3]{(abc)^2} = 3;\ a+b+c \ge 3\sqrt[3]{abc} = 3$ cộng từng vế hai bất đẳng thức này ta được (1). Do đó bất đẳng thức ban đầu được chứng minh.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 1.

Câu 4:



4a) Do AB < AC nên Q nằm trên tia đối của tia BA và R nằm trong đoạn CA, từ đó Q, C nằm về cùng một phía của đường thẳng BR.

Do tứ giác BFEC nội tiếp nên $\widehat{AFE} = \widehat{BCA}$,

Do QR song song với EF nên $\widehat{AFE} = \widehat{BQR}$

Từ đó suy ra $\widehat{BCA} = \widehat{BQR}$ hay tứ giác BQCR nội tiếp.

4b) $\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC}$ và D là trung điểm của QS.

Tam giác DHB đồng dạng tam giác EHA nên $\frac{DB}{AE} = \frac{HB}{HA}$

Tam giác DHC đồng dạng tam giác FHA nên $\frac{DC}{AF} = \frac{HC}{HA}$

Từ hai tỷ số trên ta được $\frac{DB}{DC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{HB}{HC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{FB}{EC} \qquad (1)$

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác ABC với cát tuyến PEF ta được:

$\frac{PB}{PC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1 \Leftrightarrow \frac{PB}{PC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{FB}{EC} \qquad (2)$

Từ (1) và (2) ta được $\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC} \qquad (3)$

Do QR song song với EF nên theo định lí Thales: $\frac{DQ}{PF}=\frac{BD}{BP}, \frac{DS}{PF}=\frac{CD}{CP}$.

Kết hợp với (3) ta được DQ = DS hay D là trung điểm của QS.

4c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR đi qua trung điểm của BC.

Gọi M là trung điểm của BC. Ta sẽ chứng minh DP.DM = DQ.DR.

Thật vậy, do tứ giác BQCR nội tiếp nên DQ.DR = DB.DC (4)

Tiếp theo ta chứng minh $DP.DM = DB.DC \Leftrightarrow DP\left(\frac{DC-DB}{2}\right)=DB.DC$

$DP(DC-DB)=2DB.DC \Leftrightarrow DB(DP+DC)=DC(DP-DB) \Leftrightarrow DB.PC=DC.PB$

$\Leftrightarrow \frac{PB}{PC}=\frac{DB}{DC}$ (đúng theo phần b). Do đó $DP.DM=DB.DC$ (5)

Từ (4) và (5) ta được $DP.DM=DQ.DR$.

Suy ra tứ giác PQMR nội tiếp hay đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR đi qua trung điểm của BC.

Câu 5:

Hỏi có hay không 16 số tự nhiên, mỗi số có ba chữ số được tạo thành từ ba chữ số a, b, c thỏa mãn hai số bất kỳ trong chúng không có cùng số dư khi chia cho 16?

Trả lời: Không tồn tại 16 số như vậy. Thật vậy, giả sử trái lại, tìm được 16 số thỏa mãn. Khi đó, ta có 16 số dư phân biệt khi chia cho 16: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15; trong đó có 8 số chẵn, 8 số lẻ.

Do đó, ba chữ số a, b, c khác tính chẵn lẻ, giả sử hai chữ số chẵn là a, b và chữ số lẻ là c.

Có 9 số lẻ được tạo thành từ những chữ số này:

$\overline{aac}, \overline{abc}, \overline{acc}, \overline{bac}, \overline{bbc}, \overline{bcc}, \overline{cac}, \overline{cbc}, \overline{ccc}.$

Gọi $x_1, x_2, .., x_9$ là các số có hai chữ số thu được từ các số ở trên bằng cách bỏ đi chữ số c (ở hàng đơn vị). Khi đó

$\overline{x_ic} \not\equiv \overline{x_jc} \pmod{16} \Leftrightarrow 16$ không là ước của $\overline{x_ic}-\overline{x_jc}$ tức là $x_i - x_j$ không chia hết cho 8

Nhưng trong 9 số $x_1, x_2, \ldots, x_9$ chỉ có ba số lẻ $\overline{ac}, \overline{bc}, \overline{cc}$ nên 8 số bất kỳ trong 9 số $x_1, x_2, \ldots, x_9$ luôn có hai số có cùng số dư khi chia cho 8, mâu thuẫn.

Tương tự, trường hợp trong ba số a, b, c có hai số lẻ, một số chẵn cũng không xảy ra

---- HẾT ----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH PHÚC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên Tin)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(3,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + xy - 2y + 2 = 0 \\ y^2 + xy - 3x - y = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2+3x+2} + \sqrt{x^2-1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$, $(x \in \mathbb{R})$.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương thì $2\left(1^{2013} + 2^{2013} + \ldots + n^{2013}\right)$ chia hết cho n(n+1).

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p, q thỏa mãn điều kiện $p^2 - 2q^2 = 1$.

Câu 3: *(1,0 điểm)*

Cho a, b, c là các số thực bất kì. Chứng minh:

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \ge 3(a-b)(b-c).$$

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC, AB < AC và nội tiếp đường tròn (O). D là điểm đối xứng với A qua O. Tiếp tuyến với (O) tại D cắt BC tại E. Đường thẳng DE lần lượt cắt các đường thẳng AB, AC tại K, L. Đường thẳng qua A song song với EO cắt DE tại F. Đường thẳng qua D song song với EO lần lượt cắt AB, AC tại M, N. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác BCLK nội tiếp.

b) Đường thẳng EF tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BCF.

c) D là trung điểm của đoạn thẳng MN.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Xét 20 số nguyên dương đầu tiên 1, 2, 3, ..., 20. Hãy tìm số nguyên dương k nhỏ nhất có tính chất: Với mỗi cách lấy ra k số phân biệt từ 20 số trên, đều lấy được hai số phân biệt a và b sao cho a + b là một số nguyên tố.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN (CHUYÊN TIN)
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1a)
$$\begin{cases} x^2+xy-2y+2=0 & (1) \\ y^2+xy-3x-y=0 & (2) \end{cases}$$

Cộng từng vế các phương trình (1) và (2) ta được:
$$x^2+y^2+2xy-3(x+y)+2=0 \Leftrightarrow (x+y)^2-3(x+y)+2=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=1 \\ x+y=2 \end{array}\right.$$
Nếu $x+y=1 \Leftrightarrow y=1-x$ thay vào (1) ta được $x^2+x(1-x)-2(1-x)+2=0$
$\Leftrightarrow 3x=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow y=1.$
Nếu $x+y=2 \Leftrightarrow y=2-x$ thay vào (1) ta được $x^2+x(2-x)-2(2-x)+2=0$
$$\Leftrightarrow 4x=2 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow y=\frac{3}{2}.$$
Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm $(x;y)=(0;1),\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right).$

1b) Điều kiện xác định $x \geq 1$. Khi đó ta có
$$\sqrt{x^2+3x+2}+\sqrt{x^2-1}+6=3\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+2}+2\sqrt{x-1}$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)}+\sqrt{(x-1)(x+1)}+6=3\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+2}+2\sqrt{x-1}$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)}+\sqrt{(x-1)(x+1)}-3\sqrt{x+1}=2\sqrt{x-1}+2\sqrt{x+2}-6$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}-3\right)=2\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}-3\right)$$
$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}-3\right)=0$$
$$\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}-3=0 \Leftrightarrow x+2+x-1+2\sqrt{(x+2)(x-1)}=9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x-2}=4-x$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x^2+x-2=x^2-8x+16 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$$
$\sqrt{x+1}=2 \Leftrightarrow x=3.$ Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là S = {2, 3}.

Câu 2:

2a) Nhận xét. Nếu a, b là hai số nguyên dương thì $a^{2013}+b^{2013} \vdots (a+b)$

Mặt khác
$$2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)$$
$$=\left(1^{2013}+(n-1)^{2013}\right)+\left(2^{2013}+(n-2)^{2013}\right)+...+\left((n-1)^{2013}+1^{2013}\right)+2.n^{2013} \vdots n \ (2)$$
Do n(n + 1) = 1 và kết hợp với (1), (2) ta được $2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)$ chia hết cho n(n + 1).

2b) Nếu p, q đều không chia hết cho 3 thì
$p^2 \equiv 1 \pmod 3, q^2 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow p^2-2q^2 \equiv -1 \pmod 3$ vô lý.

Do đó trong hai số p, q phải có một số bằng 3.

Nếu $p=3 \Rightarrow 9-2q^2=1 \Leftrightarrow q^2=4 \Leftrightarrow q=2$. Do đó (p, q) = (3, 2).

Nếu $q = 3 \Rightarrow p^2 - 18 = 1 \Leftrightarrow p^2 = 19$ vô lí. Vậy (p, q) = (3, 2).

Câu 3: Cho a, b, c là các số thực bất kì. Chứng minh:

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \ge 3(a-b)(b-c)$.

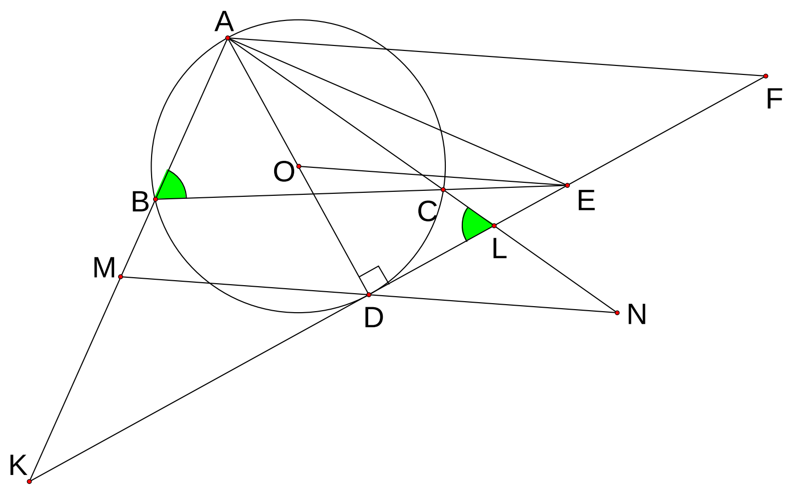
Ta có

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \ge 3(a-b)(b-c)$$
$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \ge 3ab - 3ac - 3b^2 + 3bc$$
$$\Leftrightarrow a^2 + 4b^2 + c^2 - 4ab - 4bc + 2ac \ge 0$$

$\Leftrightarrow (a + c - 2b)^2 \ge 0$ (bất đẳng thức này luôn đúng).

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a + c = 2b.

Câu 4:



4a) Tứ giác BCLK nội tiếp.

Ta có $\widehat{ALD} = \frac{1}{2}$(sđ $\overset{\frown}{AD}$ - sđ $\overset{\frown}{DC}$) = $\frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AC}$ (1)

Lại có: $\widehat{ABC} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ALD} = \widehat{ABC}$

Suy ra $\widehat{CLK} + \widehat{CBK} = 180^0$, suy ra tứ giác BKLC nội tiếp.

4b) Đường thẳng EF tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BCF.

Do DE là tiếp tuyến của (O) nên $ED^2 = EC.EB$.

Mặt khác trong tam giác ADF có O là trung điểm của AD, OE song song với AF nên E là trung điểm của DF suy ra ED = EF.

Do đó $ED^2 = EC.EB \Leftrightarrow EF^2 = EC.EB$.

Đẳng thức này chứng tỏ EF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCF.

4c) D là trung điểm của đoạn thẳng MN.

Do tứ giác BCLK nội tiếp nên $EB.EC = EL.EK \Rightarrow ED^2 = EL.EK$ (1).

Do MN//AF nên theo định lí Talet ta có $\frac{DM}{AF} = \frac{KD}{KF}, \frac{DN}{AF} = \frac{LD}{LF}$ (2).

Do đó để chứng minh DM = DN ta sẽ chứng minh $\frac{KD}{KF} = \frac{LD}{LF}$.

Thật vậy:

$$\frac{KD}{KF} = \frac{LD}{LF} \Leftrightarrow KD.LF = LD.KF \Leftrightarrow (EK - ED)(ED + EL) = (ED - EL)(EK + ED)$$
$$\Leftrightarrow EK.ED + EK.EL - ED^2 - ED.EL = ED.EK + ED^2 - EL.EK - EL.ED$$

$\Leftrightarrow ED^2 = EL.EK$ (luôn đúng do (1)).

Do đó $\frac{KD}{KF} = \frac{LD}{LF} \Leftrightarrow \frac{DM}{AF} = \frac{DN}{AF} \Leftrightarrow DM = DN$ hay D là trung điểm của MN.

Câu 5:

Xét 20 số nguyên dương đầu tiên 1, 2, 3, ..., 20. Hãy tìm số nguyên dương k nhỏ nhất có tính chất: Với mỗi cách lấy ra k số phân biệt từ 20 số trên, đều lấy được hai số phân biệt a và b sao cho a + b là một số nguyên tố.

Xét tập hợp $\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$, ta thấy tổng của hai phần tử bất kì của tập hợp này đều không phải là số nguyên tố.

Do đó $k \geq 11$, ta sẽ chứng minh k = 11 là số nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Thật vậy, ta chia tập hợp A = {1, 2, 3, ..., 20} thành 10 cặp số sau:

$(1,2);(3,16);(4,19);(5,6);(7,10);(8,9);(11,20);(12,17);(13,18);(14,15)$.

Tổng của hai số trong mỗi cặp số trên là số nguyên tố.

Khi đó mỗi tập con của A có 11 phần tử thì tồn tại ít nhất hai phần tử thuộc cùng vào một trong 10 cặp số trên. Suy ra trong A luôn có hai phần tử phân biệt có tổng là một số nguyên tố.

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 23

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán chuyên
Thời gian làm bài: 120 phút.

Câu 1:

1. Cho biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}+\dfrac{1-x}{\sqrt{1-x^2}-1+x}-\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$

a. Tìm x để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn A.

b. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

2. Cho phương trình: $x^2 - 24x + m^2 + 2m + 84 = 0$ (1) (x là ẩn, m là tham số)

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_2=x_1^3-29x_1-24$.

Câu 2:

1. Giải phương trình: $\sqrt{24+5x-x^2}-\sqrt{12+4x-x^2}=\sqrt{2}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 5\left(x^2+y^2\right)+\dfrac{2}{(x+y)^2}-2xy=\dfrac{251}{5} \\ \dfrac{x^2+2xy+y^2+1}{x+y}=5--x+y \end{cases}$

Câu 3:

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $(x^2 - x + 2)y = 3x - 5$.

2. Cho một bảng cố kích thước 8x8 (bảng gồm 8 dòng và 8 cột). Trong mỗi ô vuông đơn vị (kích thước 1x1) được ghi một số tự nhiên không vượt quá 16. Các số được ghi thỏa mãn tính chất: Bất kỳ hai số nào ghi trong hai ô có chung một cạnh hoặc hai ô có chung một đỉnh của bảng là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong các số tự nhiên đó có số xuất hiện trong bảng ít nhất 7 lần.

Câu 4:

1. Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O;R).Trên cung nhỏ AD lấy điển E (E không trùng với A và D).Tia EB cắt các đường thẳng AD,AC lần lượt tại I và K.Tia EC cắt các đường thẳng DA, DB lần lượt tại M,N.Hai đường thẳng AN, DK cắt nhau tại P.

a. Chứng minh rằng tứ giác EPND là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh rằng: $\widehat{EKM}=\widehat{DKM}$.

c. Khi điểm M ở vị trí là trung điểm củaAD. Hãy tính độ dài đoạn AE theo R.

2. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Tính độ dài cạnh AB biết: $BC=\sqrt{5}+1$ và $\widehat{BAC}=108^0$.

Câu 5: Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=\sqrt{3}$.

Tìm GTNN của biểu thức: $B=\sum\dfrac{1}{\sqrt{x(y+2z)}}$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 24

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC KẠN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC KẠN
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán chuyên
(Dành cho học sinh thi chuyên toán, chuyên tin)
Ngày thi: 03/7/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Đề thi này có 6 câu in trong 01 trang

Câu 1: *(2 điểm)* Cho hàm số $y = |2x - 1|$

1. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm các giá trị của m để đồ thị (C) cắt đường thẳng (D): y = x + m tại hai điểm phân biệt A và B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 4.

Câu 2: *(2 điểm)*

1. Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = 4x - x^2$.
2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 35 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 30 \end{cases}$

Câu 3: *(1 điểm)* Cho $0° < \alpha < 90°$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = 3\sin\alpha + \sqrt{3}\cos\alpha + 3$.

Câu 4: *(1 điểm)*

Để thành lập đội tuyển học sinh giỏi khối 9 nhà trường tổ chức thi chọn các môn Toán, Văn, Ngoại Ngữ trên tổng số 111 học sinh. Kết quả có 70 học sinh giỏi Toán, 65 học sinh giỏi Văn và 62 học sinh giỏi Ngoại ngữ. Trong đó có 49 học sinh giỏi cả Toán và Văn; 32 học sinh giỏi cả Toán và Ngoại ngữ; 34 học sinh giỏi cả Văn và Ngoại ngữ. Hãy xác định số học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn và Ngoại ngữ. Biết rằng có 6 học sinh không đạt yêu cầu cả ba môn.

Câu 5: *(3 điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB bằng 2R. Gọi M là một điểm chuyển động trên nửa đường tròn (O) (M khác A và B). Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H. Từ A và B vẽ hai tiếp tuyến tiếp xúc với đường tròn tâm M lần lượt tại C và D.

1. Chứng minh ba điểm M, C, D cùng nằm trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M.
2. Chứng minh tổng AC + BD không đổi. Tính tích số AC.BD theo CD.
3. Giả sử CD cắt AB tại K. Chứng minh $OA^2 = OB^2 = OH.OK$.

Câu 6: *(1 điểm)*

Cho đa thức $P(x, y) = x^2 + xy + y^2$. Chứng minh rằng không thể phân tích đa thức đã cho thành tích của hai đa thức bậc nhất đối với x và y.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 25

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán chung
(Dành cho tất cả các thí sinh)
Ngày thi: 20/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $2x - 3 = 0$.

b) Với giá trị nào của x thì biểu thức $\sqrt{x-5}$ xác định?

c) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}.\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

Câu 2: *(1,5 điểm)*

Cho hàm số: $y = mx + 1$ (1), trong đó m là tham số.

a) Tìm m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A(1; 4). Với giá trị m vừa tìm được, hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến trên R?

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d): $y = m^2x + m + 1$.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36km. Khi đi từ B trở về A, người đó lại tăng vận tốc thêm 3km/h. Vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Cho nửa đường tròn đường kính BC, trên nửa đường tròn lấy điểm A (khác B và C). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Trên cung AC lấy điểm D bất kì (khác A và C), đường thẳng BD cắt AH tại I. Chứng minh rằng:

a) IHCD là tứ giác nội tiếp.

b) $AB^2 = BI.BD$.

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AID luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi D thay đổi trên cung AC.

Câu 5: *(1,5 điểm)*

a) Tìm tất cả các bộ số nguyên dương (x; y) thỏa mãn phương trình:

$$x^2 + 2y^2 - 3xy + 2x - 4y + 3 = 0$$

b) Cho tứ giác lồi ABCD có $\widehat{BAD}$ và $\widehat{BCD}$ là các góc tù. Chứng minh rằng: AC < BD.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

a) Ta có: $2x = 3 \;\; x = \dfrac{3}{2}$.

b) $\sqrt{x-5}$ xác định khi x - 5 ≥ 0 ⇔ x ≥ 5.

c) $A = \dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)}{\sqrt{2}+1}.\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2$

Câu 2:

a) Vì đồ thị hàm số (1) đi qua A(1; 4) nên 4 = m + 1 ⇔ m = 3.
Với m = 3 thì hàm số luôn luôn đồng biến.

b) Đồ thị hàm số (1) song song với d khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 = m \\ m+1 \neq 1 \end{cases}$ ⇔ m = 1.

Câu 3: Vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là x km/h, x > 0.

Thời gian của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là $\dfrac{36}{x}$

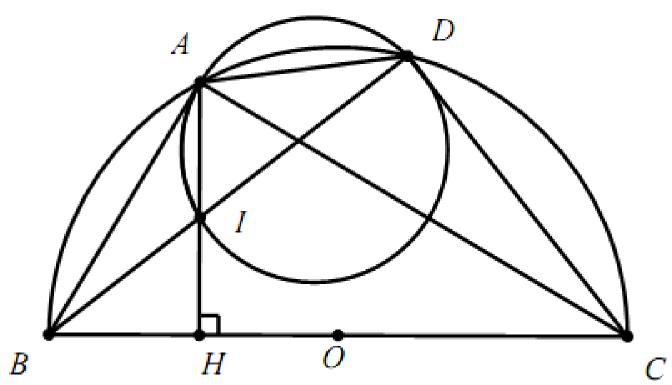
Vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ B đến A là x + 3

Thời gian của người đi xe đạp khi đi từ B đến A là $\dfrac{36}{x+3}$

Ta có phương trình: $\dfrac{36}{x} - \dfrac{36}{x+3} = \dfrac{36}{60}$

Giải phương trình này ra hai nghiệm: x = 12 (thỏa mãn điều kiện) và x = -15 (loại).
Vậy vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là 12 km/h.

Câu 4:



a) $AH \perp BC \Rightarrow \widehat{AHC} = 90^0$. (1)

$\widehat{BDC} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{IDC} = 90^0$ (2)

Từ (1) và (2) $\widehat{IHC} + \widehat{IDC} = 180^0 \Rightarrow IHCD$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét ΔABI và ΔDBA có góc $\widehat{B}$ chung, $\widehat{BAI} = \widehat{ADB}$ (vì cùng chắn $\widehat{ACB}$).
Suy ra, hai tam giác ABI, DBA đồng dạng.

$\Rightarrow \dfrac{AB}{BI} = \dfrac{BD}{BA} \Rightarrow AB^2 = BI.BD$ (điều phải chứng minh)

c) $\widehat{BAI} = \widehat{ADI}$ (chứng minh trên)
Suy ra: AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔADI với mọi D thuộc cung AD và A là tiếp điểm.
(tính chất góc tạo bởi tiếp tuyến và dâu cung)

Có $AB \perp AC$ tại $\Rightarrow$ AC luôn đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAID. Gọi M là tâm đường trong ngoại tiếp ΔAID. Suy ra: M luôn nằm trên AC.

Mà AC cố định.

Suy ra: M thuộc đường thẳng cố định. (điều phải chứng minh)

Câu 5:

a) $x^2 + 2y^2 - 3xy + 2x - 4y + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x - y)(x - 2y) + 2(x - 2y) = 3$

$\Leftrightarrow (x - 2y)(x - y + 2) = - 3$

Do x, y nguyên nên x - 2y, x - y + 2 nguyên

Mà 3 = (-1).3 = (-3).1 nên ta có 4 trường hợp:

$\begin{cases} x-2y=-1 \\ x-y+2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$; $\begin{cases} x-2y=3 \\ x-y+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-9 \\ y=-6 \end{cases}$ (loại)

$\begin{cases} x-2y=1 \\ x-y+2=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-11 \\ y=-6 \end{cases}$ (loại) $\begin{cases} x-2y=-3 \\ x-y+2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy các giá trị cần tìm là (x; y) = (1; 2), (3; 2)

b) Vẽ đường tròn đường kính BD. Do đó các góc A, C tù nên hai điểm A, C nằm trong đường tròn đường kính BD.

Suy ra: AC < BD (do BD là đường kính).

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 26

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CAO BẰNG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN CAO BẰNG
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1) Cho $x = \dfrac{\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}}\left[(1+a)\sqrt{1+a}-(1-a)\sqrt{1-a}\right]}{a\left(2+\sqrt{1-a^2}\right)}$, với $-1 \le a \le 1, a \ne 0$.

Hãy tính giá trị của biểu thức: $A = x^4 - x^2 + 8$.

2) Giải phương trình: $\dfrac{2}{3x^2-4x+1}+\dfrac{13}{3x^2+2x+1}=\dfrac{6}{x}$.

Câu 2: *(1,5 điểm)* Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng Δ: $y = 5mx + 4m$, với m là tham số.

1) Tìm m để đường thẳng Δ tiếp xúc với parabol (P).

2) Xác đinh m để đường thẳng Δ cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, ... Khi đó hãy tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{m^2}{x_1^2+5mx_2+12m}+\frac{x_2^2+5mx_1+12m}{m^2}$$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1 \\ \sqrt{x+y}=2y^2-6x+11 \end{cases}$

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD (A, B là 2 tiếp điểm, C nằm giữa M và D) với đường tròn. Đường thẳng AB cắt OM tại H, cắt CD tại I. Gọi K là giao điểm của đoạn MO với đường tròn (O), E là trung điểm của CD. Chứng minh rằng:

1) $MA^2 = MI.ME$
2) Tứ giác OHCD là tứ giác nội tiếp.
3) CK là đường phân giác của góc HCM.

Câu 5: *(1,5 điểm)*

Tìm các số thực x, y, z thõa mãn phương trình: $x+y+z+\sqrt{xyz}=2\left(\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}\right)$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 27

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
HẢI DƯƠNG	**TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI**
	NĂM HỌC 2013 - 2014
ĐỀ CHÍNH THỨC	

Môn: Toán (chung)
Ngày thi: 19/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $(2x + 1)^2 + (x - 3)^2 = 10$

2) Xác định các hệ số m và n biết hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - my = 5 \\ mx + 2ny = 9 \end{cases}$$

có nghiệm (1; -2)

Câu 2: *(2,0 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức: $A = \dfrac{x - 2\sqrt{x} + 3}{x\sqrt{x} + 1} + \dfrac{\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x} + 1} - \dfrac{1}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$.

2) Hai người thợi quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì người thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thợ thứ hai là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong công việc.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$.

2) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\left(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1\right)\left(x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1\right) < 0$$

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho ba điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Đường trong (O; R) thay đổi đi qua B và C sao cho O không thuộc BC. Từ điểm A vẽ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (O). Gọi I là trung điểm của BC. E là giao điểm của MN và BC, H là giao điểm của đường thẳng OI và đường thẳng MN.

1) Chứng minh bốn điểm M, N, O, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh: $OI.OH = R^2$.

3) Chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có chu vi bằng 2. Kí hiệu a, b là độ dài ba cạnh của tam giác. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \dfrac{a}{b + c - a} + \dfrac{4b}{c + a - b} + \dfrac{9c}{a + b - c}$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 28

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÀO CAI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÀO CAI
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1. Rút gọn biểu thức: $P = \dfrac{\dfrac{(x-y)^3}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^3} + 2x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}} + \dfrac{3\left(\sqrt{xy}-y\right)}{x-y}$, với $x > 0$, $y > 0$, $x \neq y$.

2. Tính x biết: $x^3 = 1 - 3\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{2}$

Câu 2: *(2,0 điểm)*
Cho $f(x) = x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 1$ (x là biến, m là tham số)
1.Giải phương trình f(x) = 0 khi m = 1.
2. Tìm tất cả các giá trị của $m \in Z$ để phương trình f(x) = 0 có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = \dfrac{x_1x_2}{x_1 + x_2}$ có giá trị là số nguyên.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \dfrac{1}{3x-y} + \dfrac{4}{2x+y} = 2 \\ 12y + 4x = 7(2x+y)(3x-y) \end{cases}$

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $5x^2 + y^2 = 17 + 2xy$.

Câu 4: *(3,0 điểm)*
Cho đường tròn (O; R) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng AB lấy một điểm M (M không trùng với O và không trung với hai đầu mút A và B). Đường thẳng CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn (O) ở điểm P. Chứng minh rằng:
1. Tứ giác OMNP nội tiếp đương tròn.
2. Tứ giác CMPO là hình bình hành.
3. Tích CM.CN không đổi.
4. Khi M di chuyển trên đoạn thẳng AB thì điểm P chạy trên một đoạn thẳng cố định.

Câu 5: *(1,0 điểm)*
Tìm hai số nguyên a và b để $M = a^4 + 4b^4$ là số nguyên tố.

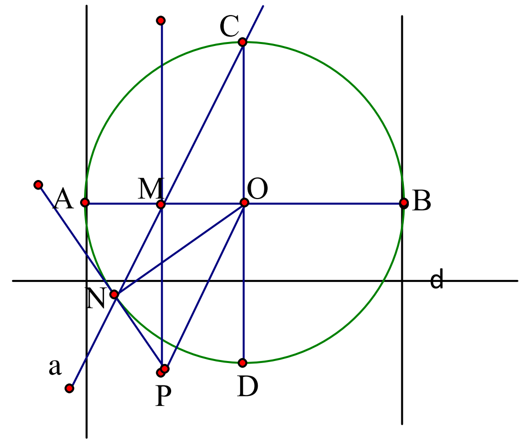
.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÀO CAI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 4:



(Bài này là câu 5 đề thi 2007-2008 TS Lào Cai)

1) Chứng minh rằng tứ giác OMNP nội tiếp được đường tròn.

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{OMP}=90^0\ (\text{do}\ MP\perp AB)\\ \widehat{ONP}=90^0\ (t/ct^2)\end{array}\right\}\Rightarrow \text{M, N cùng nhìn PO dưới 1 góc}$$

không đổi bằng 90^0 nên tứ giác OMNP nội tiếp được đường tròn đường kính OP.

2) Chứng minh rằng OP // a.

Tam giác OCN cân tại O nên $\widehat{OCN}=\widehat{ONC}$ (1)

MP // CP nên $\widehat{OCN}=\widehat{PMN}$ (2)

Do tứ giác OMNP nội tiếp nên $\widehat{PON}=\widehat{PMN}$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{ONC}=\widehat{PON}$, hai góc này ở vị trí so le trong nên OP // a do đó Tứ giỏc CMPO là hỡnh bỡnh hành.

3) hai tam giác COM và CND vuông có góc C chung nên đồng dạng

suy ra $\dfrac{CM}{CD}=\dfrac{CO}{CN}$ do đó CM.CN=CO.CD=R.2R=2R^2 không đổi.

4) Tìm tập hợp những điểm P khi M di động.

Tứ giác MODP là hình chữ nhật nên P luôn cách AB một khoảng không đổi bằng bán kính (O) do đó P thuộc đường thẳng d // AB cách AB một khoảng không đổi OD

Giới hạn: P thuộc đoạn thẳng nằm giữa hai tiếp tuyến tại A và B của (O).

ĐỀ SỐ 29.1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÒA BÌNH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán (chung)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Ngày thi: 28/06/2013
Đề thi này có 01 trang

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM *(2 điểm)*

(Thí sinh không cần giải thích và không phải chép lại đề bài, hãy viết kết quả các bài toán sau vào tờ giấy thi).

1. Tam giác ABC vuông tại A, có cạnh $BC = \sqrt{7}$ cm ; $\widehat{ABC} = 30^0$, cạnh AB = ...

2. Giá trị của m để đường thẳngy = -3x + m cắt đường thẳng y = x tại một điểm có hoành độ $\frac{1}{2}$ là: ...

3. Biểu thức $A = \sqrt{22 - 12\sqrt{2}}$ có giá trị rút gọn là : ....

4. Tập hợp nghiệm của phương trình: x(x + 1) + (x + 3)(x - 2) + 2 = 0 là: ...

PHẦN II: TỰ LUẬN *(8 điểm)*

Bài 1: *(2 điểm)*

Cho phương trình: x^2 - (2m + 1)x - m^2 + m - 1= 0 (x là ẩn, m là tham số).

a) Giải phương trình với m = 1.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị của m.

Bài 2: *(2 điểm)* Năm 2012, tổng số dân của hai tỉnh A và B là 5 triệu người. Năm 2013, tổng số dân của hai tỉnh A và B là 5 072 000 người. Biết tỉ lệ tăng dân số của tỉnh A là 2%; tỉnh B là 1%. Hỏi số dân của mỗi tỉnh năm 2013?

Bài 3: *(3 điểm)* Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp trong đường tròn (O). Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại K. Kẻ đường kính AD. Chứng minh rằng:

a) Ba điểm K, A, D thẳng hàng.

b) Bốn điểm A, B, K, H cùng thuộc một đường tròn, với H là giao điểm của BD và AC.

c) KH song song với BC.

Bài 4: *(1 điểm)* Giả sử AD, BE và CF là các đường phân giác trong của tam giác ABC.

Chứng minh rằng tam giác ABC đều khi và chỉ khi diện tích tam giác DEF bằng $\frac{1}{4}$ diện tích tam giác ABC.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ
NĂM HỌC 2013 - 2014

PHẦN I . TRẮC NGHIỆM *(2 điểm)* Mỗi ý đúng được 0,5 điểm.

1. $\frac{\sqrt{21}}{2}$ 2. M = 2. 3. $3\sqrt{2}-2\,4$. x = -2; x = 1.

PHẦN II. TỰ LUẬN *(8 điểm)*.

Bài 1:

a) Với m = 1 phương trình trở thành: $x^2 - 3x - 1 = 0$

Giải phương trình tìm được nghiệm $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$.

b) Ta xét tích ac: $-(m^2 - m + 1) = -(m - \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} < 0$ với mọi giá trị của m.

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị của m.

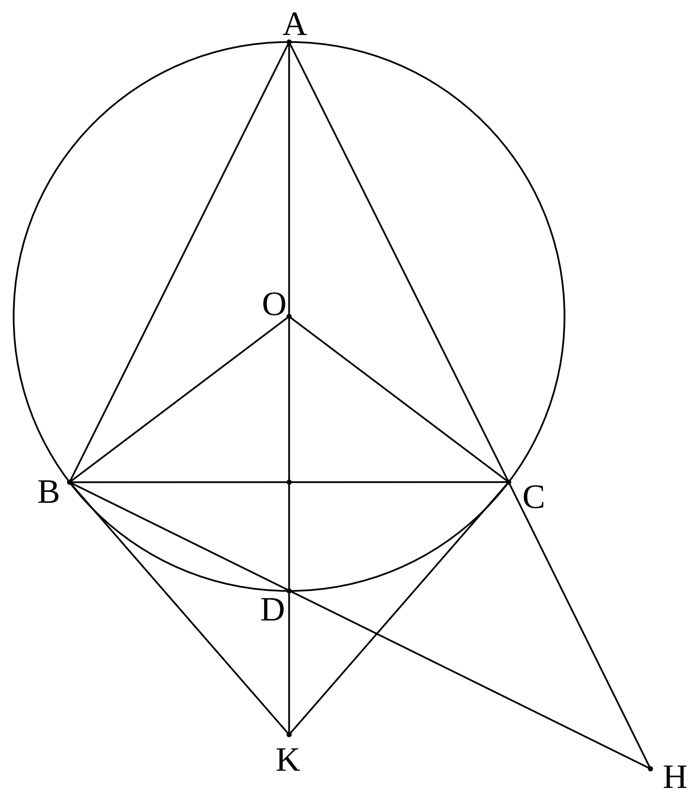
Bài 2:

Gọi số dân của tỉnh A năm 2012 là x,
Gọi số dân của tỉnh B năm 2012 là y (x, y nguyên dương và x, y < 5 000 000)
Số dân của tỉnh A năm 2013 là (x + 2%x), của tỉnh B năm 2013 là (y + 1%y).

Ta có hệ $\begin{cases} x + y = 5000000 \\ (x + 2\%x) + (y + 1\%y) = 5072000 \end{cases}$

Giải hệ tìm được x = 2200000, y = 2800000.
Kết luận: Năm 2013 số dân của tỉnh A là 2244000 người, của tỉnh B là 2828000 người.

Bài 3:



a) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau luôn có KB = KC.
Lại có OB = OC (bán kính), AB = AC (gt) nên A, O, K cùng thuộc trung trực của BC
Mặt khác $D \in AO$ nên A, D, K thẳng hàng.

b) Ta có: $\widehat{BKA} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\overset{\frown}{AB} - \text{sđ}\,\overset{\frown}{BD})$;

$\widehat{BHA} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\overset{\frown}{AB} - \text{sđ}\,\overset{\frown}{CD})$

Do BD = CD nên sđ $\overset{\frown}{BD}$ = sđ $\overset{\frown}{CD}$

$\Rightarrow \widehat{BKA} = \widehat{BHA}$.

Suy ra K và H cùng thuộc cung chứa góc dựng trên đoạn AB hay A, B, K, H cùng thuộc một đường tròn.

c) Ta có $\widehat{BKH} + \widehat{BAH} = 180^0$ (tứ giác ABKH nội tiếp). (1)

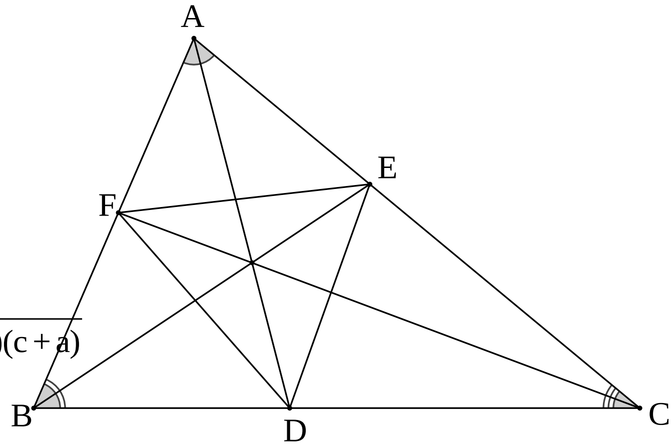
$\widehat{BAH} = \widehat{CBK} = \frac{1}{2}\text{sđ}\,\overset{\frown}{BC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BKH} + \widehat{CBK} = 180^0$
$\Rightarrow$ KH // BC.

Bài 4:

Đặt BC = a, CA = b, AB = c.

1) ΔABC đều, hiển nhiên có tam giác EFD đều cạnh là $\frac{a}{2} \Rightarrow \frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$.



2) Ta có $\frac{FA}{FB} = \frac{CA}{CB} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{b}{a+b}$.

Tương tự

$\frac{AE}{AC} = \frac{c}{a+c} \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S} = \frac{bc}{(a+b)(a+c)}$.

Sử dụng các kết quả tương tự ta có:

$$\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - S_{AEF} - S_{BFD} - S_{CDE}}{S_{ABC}} = \frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi:

$(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$,

Từ đó $\frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)} \leq \frac{1}{4}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 29.2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÒA BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (Chuyên)
Ngày thi: 29/06/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1. Cho x là số thực âm thỏa mãn $x^2+\frac{1}{x^2}=23$. Tính giá trị của biểu thức $A=x^3+\frac{1}{x^3}$
2. Phân tích thành nhân tử: $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 + x^2 + y^2$.

Câu 2: *(3,0 điểm)*

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=60^0$. Trung tuyến CD = $\frac{3}{4}$cm. Tính diện tích tam giác ABC.
2. Trong hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): y = (m + 1)x - m, m là tham số. Tìm m để (d) cắt parabol (P) $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho OA $\perp$ OB.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1. Cho x, y là hai số thực dương thỏa x + y = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(1-\frac{1}{y^2}\right)$$

2. Tìm nghiệm x, y nguyên dương thỏa mãn phương trình:

$$2x^2 - 2xy = 5x - y - 19$$

Câu 4: *(2,0 điểm)*

Cho đường tròn (O; R), A là một điểm cố định nằm ngoài đường tròn. Một đường tròn thay đổi qua O, A cắt (O) tại P, Q. Chứng minh rằng đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định (trước khi chứng minh hãy nêu dự đoán điểm cố định mà PQ đi qua, giải thích cách nghĩ).

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Có thể lát kín một cái sân hình vuông cạnh 3,5cm bằng những viên gạch hình chữ nhật 25cm x 100cm mà không cắt gạch được hay không?

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 30

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TUYÊN QUANG	**TRƯỜNG THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**NĂM HỌC 2013 - 2014**

Môn: Toán chuyên
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)* Cho phương trình: x^2 - mx - m - 1 = 0 (m là tham số)

1) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt x_1; x_2.

2) Cho x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = \frac{m^2 + 2m}{x_1^2 + x_2^2 + 2}$$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{7-x} = 3$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{9}{2} \\ xy + \dfrac{1}{xy} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$

Câu 3: *(4,0 điểm)* BC là một dây cung của đường tròn (O; R), (BC ≠ 2R). Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho O luôn nằm trong tam giác ABC. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H.

1) Chứng minh: $\Delta DEF \backsim \Delta ABC$.

2) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O; R). Chứng minh tứ giác BHKC là hình bình hành.

3) Gọi A' là trung điểm của BC. Chứng minh: AH = 2OA'.

4) Gọi A_1 là trung điểm của EF. Chứng minh: R.AA_1 = AA'.OA'.

Câu 4: *(1,0 điểm)* Tìm số thực x để phương trình sau có nghiệm nguyên.

$$x^2 - ax + a + 2 = 0$$

Câu 5: *(1,0 điểm)* Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = \dfrac{2}{2-x} + \dfrac{1}{x}$, (với 0 < x < 2)

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG CHUYÊN TUYÊN QUANG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1) Ta có: $\Delta = (m+2)^2 \geq 0$ nên phương trình có 2 nghiệm với mọi m.

2) Theo định lý Vi - et, ta có:

$x_1 + x_2 = m$;

$x_1.x_2 = -(m+1)$

$$S = \frac{m^2+2m}{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2} = \frac{m^2+2m}{m^2+2m+4} = 1 - \frac{4}{(m+1)^2+3} \geq 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

Suy ra: Min S=$-\frac{1}{3}$ đạt được khi m = -1.

Câu 2:

1) Đặt: $a = \sqrt[3]{x+2}$; $b = \sqrt[3]{7-x}$. Suy ra: a + b = 3 và $a^3 + b^3 = 9$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a+b=3 \\ a^3+b^3=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ a^2-ab+b^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ (a+b)^2-3ab=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ ab=2 \end{cases}$

Giải hệ trên, ta được: (a = 1, b = 2) và (a = 2, b = 1).

Xét a = 1, b = 2 thì $\begin{cases} \sqrt[3]{x+2}=1 \\ \sqrt[3]{7-x}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=1 \\ 7-x=8 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1$

Xét a = 2, b = 1 thì $\begin{cases} \sqrt[3]{x+2}=2 \\ \sqrt[3]{7-x}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=8 \\ 7-x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=6$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm x = 1; x = 6.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{9}{2} \\ xy+\frac{1}{xy}=\frac{5}{2} \end{cases}$

Đặt: $a = x+\frac{1}{y}$, $b = y+\frac{1}{x}$.

Khi đó, hệ phương trình đã cho trở thành: $\begin{cases} a+b=\frac{9}{2} \\ ab=\frac{9}{2} \end{cases}$

Giải hệ trên, ta được: $\left(a=3,\ b=\frac{3}{2}\right)$ và $\left(a=\frac{3}{2},\ b=3\right)$.

Xét $\left(a=3,\ b=\frac{3}{2}\right)$ thì $\begin{cases} x+\frac{1}{y}=3 \\ y+\frac{1}{x}=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-\frac{1}{y} \\ 2y^2-3y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1; x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2};\ x=1 \end{array}\right.$

Xét $\left(a=\frac{3}{2},\ b=3\right)$ thì $\begin{cases} y+\frac{1}{x}=3 \\ x+\frac{1}{y}=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-\frac{1}{x} \\ 2x^2-3x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1; y=\frac{1}{2} \\ x=\frac{1}{2};\ y=1 \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 cặp nghiệm (x; y) là $\left(1; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 3: Bạn đọc tự giải.

Câu 4:

Theo định lý Vi - et, ta có:

$x_1 + x_2 = a$; $x_1x_2 = a + 2$.

Vì $x_1, x_2 \in Z$ nên $a \in Z$.

Ta có: $\Delta = a^2 - 4(a + 2) = a^2 - 4a - 8$.

Để phương trình có nghiệm nguyên thì Δ phải là số chính phương.

Đặt: $k = a^2 - 4a - 8 \Leftrightarrow (a - 4)^2 - k^2 = 24$

$\Leftrightarrow (a - 4 + k)(a - 4 - k) = 24$.

Ta có các trường hợp sau xảy ra:

$\begin{cases} a-4+k=6 \\ a-4-k=4 \end{cases}$; $\begin{cases} a-4+k=4 \\ a-4-k=6 \end{cases}$; $\begin{cases} a-4+k=-6 \\ a-4-k=-4 \end{cases}$; $\begin{cases} a-4+k=-4 \\ a-4-k=-6 \end{cases}$;

$\begin{cases} a-4+k=12 \\ a-4-k=2 \end{cases}$; $\begin{cases} a-4+k=2 \\ a-4-k=12 \end{cases}$; $\begin{cases} a-4+k=-12 \\ a-4-k=-2 \end{cases}$; $\begin{cases} a-4+k=-2 \\ a-4-k=-12 \end{cases}$

Suy ra: Các cặp (a; k) thỏa mãn là (9; 1), (9; -1), (-1; -1), (-1; 1), (11; 5), (11, -5), (-3, -5), (-3, 5).

Vậy các giá trị a cần tìm là $a \in \{9; -1; 11; -3\}$.

Câu 5:

Ta có: $2A = \frac{4}{2-x} + \frac{2}{x} = 3 + \frac{2x}{x-2} + \frac{x-2}{x} \geq 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow A \geq 3 + 2\sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi x = $2\sqrt{2} - 2$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 31

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ GIANG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 32

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP LẠNG SƠN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN CHU VĂN AN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 33

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐIỆN BIÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 34

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LAI CHÂU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 35

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SƠN LA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN SƠN LA
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 36

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI NGUYÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 3: *(3,5 điểm)*
Câu 4: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 37

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(1,5 điểm)*

Cho biểu thức: $P = \frac{3x + \sqrt{9x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$ với $x \geq 0$, $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x nguyên dương để P nhận giá trị nguyên.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = m \\ 2x - y = m + 1 \end{cases}$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x; y) sao cho x, y là độ dài các cạnh góc vuông của một vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{5}$.

b) Tìm các số tự nhiên x, y thỏa mãn phương trình: $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0$.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - 9x + 9} = 2x$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ xy(x + y) = 3x - y \end{cases}$

Câu 4: *(3,5 điểm)*

1) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A, B. Kẻ tiếp tuyến chung CD (C, D là tiếp điểm và C thuộc (O), D thuộc (O')). Qua B kẻ cát tuyến song song với CD cắt (O) tại E cắt (O') tại F. Gọi M, N theo thứ tự giao điểm của DA và CA với EF. Gọi I là giao điểm của EC với FD. Chứng minh rằng:

a) CD là trung trực của đoạn BI.

b) Tam giác MIN cân

2) Cho A là điểm cố định trên đường tròn (O; R). Gọi AB và AC là hai dây cung thay đổi của đường tròn (O) thỏa mãn $\sqrt{AB.AC} = R\sqrt{3}$. Xác định vị trí của B, C trên (O) để diện tích tam giác ABC lớn nhất.

Câu 5: *(1 điểm)*

Cho a, b, c dương thỏa mãn $12\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 3 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

Chứng minh rằng $\frac{1}{4a + b + c} + \frac{1}{a + 4b + c} + \frac{1}{a + b + 4c} \leq \frac{1}{6}$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi khôn giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

a) Với $x \geq 0,\ x \neq 1$.

Ta có:

$$P = \frac{3x + 3\sqrt{x} - 3 - \left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right) - \left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$= \frac{x + 3\sqrt{x} + 2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

b) Với $x \geq 0,\ x \neq 1$ ta có: $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$

Vì x nguyên dương nên P có giá trị nguyên khi $\sqrt{x}-1$ là ước nguyên của 2.

Mà $\sqrt{x}-1 > -1$ (vì $x \in N^*$) nên $\sqrt{x} - 1 \in \{1; 2\}$

$\Rightarrow \sqrt{x} \in \{2; 3\} \Rightarrow x \in \{4; 9\}$

Vậy x = 4 và x = 9 là các giá trị cần tìm.

Câu 2:

a) Từ (1) ta có x = m – 2y thay vào phương trình (2) tính được $y = \frac{m-1}{5}$

Tiếp tục tính được $x = \frac{3m+2}{5}$. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = \left(\frac{m-1}{5}; \frac{3m+2}{5}\right)$

Để x, y là độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông thì $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 1 \quad (*)$

Do x, y là độ dài các cạnh góc vuông với cạnh huyền có độ dài bằng $\sqrt{5}$ nên

$x^2 + y^2 = 5 \Leftrightarrow \frac{10m^2 + 10m + 5}{25} = 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 = 0$

Giải phương trình tìm được m = 3 hoặc m = -4

Kết hợp điều kiện (*) ta được m = 3.

Vậy với m = 3 thì hệ phương trình có nghiệm (x; y) và x, y là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{5}$.

b) Ta có: $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x+y\right)^2 + \left(y^2 + 3y - 4\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(y-1\right)\left(y+4\right) = -\left(x+y\right)^2$ mà $-\left(x+y\right)^2 \leq 0$ nên $\left(y-1\right)\left(y+4\right) \leq 0$

$\Leftrightarrow -4 \leq y \leq 1$. Mà $y \in N$ nên y = 0 hoặc y = 1.

- Với y = 0, thay vào phương trình ban đầu ta tìm được x = ± 2.
  Mà $\in N$ nên x = 2.
- Với y = 1, thay vào phương trình ban đầu ta tìm được x = - 1 (loại).
  Vậy x = 2, y = 0.

Câu 3:

a) Điều kiện: $\begin{cases} x^2-9x+9\ge 0 \\ x^2-x+1\ge 0 \end{cases}$.

Vì $x^2-x+1=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$ và $x^2-9x+9\ge 0$ nên vế trái dương.

Do đó để phương trình có nghiệm thì vế phải dương $\Rightarrow$ x > 0.

Chia hai vế của phương trình cho x > 0, ta được: $\sqrt{1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\dfrac{9}{x}+\dfrac{9}{x^2}}=2$

Đặt $t=\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}$, ta được phương trình: $\sqrt{t+1}+\sqrt{9t+1}=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{9t^2+10t+1}=1-5t$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t\le \dfrac{1}{5} \\ 16t^2-20t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\le \dfrac{1}{5} \\ \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\dfrac{5}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow t=0$

Với t = 0 ta có $\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}=0\Rightarrow$ x= 1.

Thay x = 1 vào phương trình ban đầu ta thấy x = 1 thỏa mãn.

Vậy phương trình có nghiệm x = 1.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2=2 & (1) \\ xy(x+y)=3x-y & (2) \end{cases}$

Ta có (2) $\Leftrightarrow$ 2xy(x + y) = 2(3x - y)

Thay $2=x^2+y^2$ vào vế phải phương trình trên ta được:

$$2xy(x+y)=(x^2+y^2)(3x-y)$$

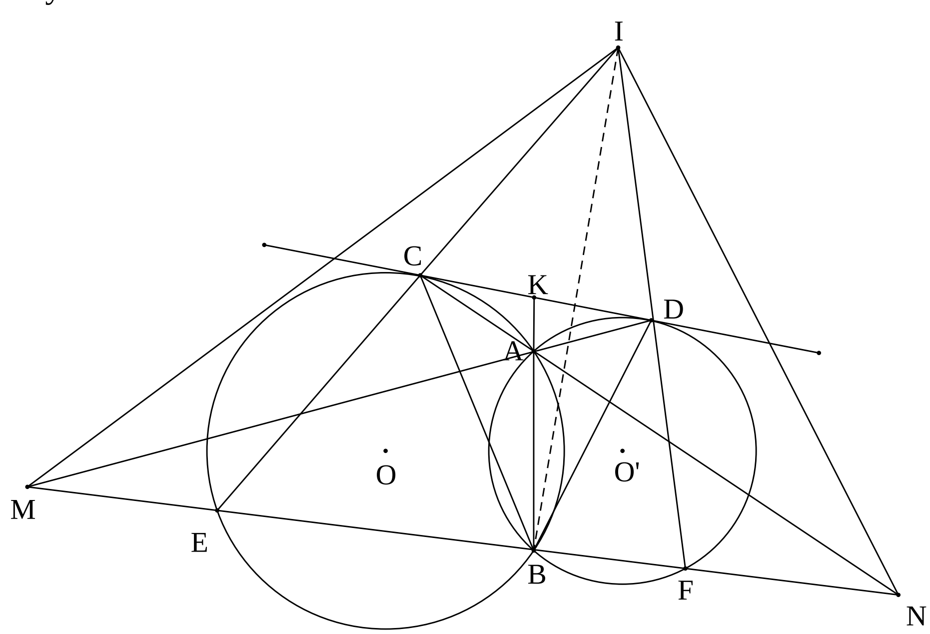
$\Leftrightarrow 2x^2y+2xy^2=3x^3-x^2y+3xy^2-y^3$

$\Leftrightarrow (x-y)(3x^2+y^2)=0$

$\Leftrightarrow$ x = y

Với x = y thay vào phương trình (1) tìm được x = ± 1.

Vậy hệ phương trình có nghiệm (x; y) = (1; 1) và (x; y) = (-1; -1)



Câu 4:

a) Ta có $\widehat{ICD}=\widehat{CEB}$ (vì CD // EF); $\widehat{CEB}=\widehat{DCB}$ (cùng chắn cung CB)

$\Rightarrow \widehat{ICD}=\widehat{DCB}$

Tương tự ta cũng có

$\widehat{IDC}=\widehat{CDB}$

Suy ra

$\Delta ICD=\Delta BCD$ (g.c.g) $\Rightarrow CI=CB,\ DI=DB$

$\Rightarrow$ CD là đường trung trực của BI.

b) Vì CD là đường trung trực của BI nên $CD\perp BI$.

Mà CD // MN nên $BI \perp MN$ (1)

Gọi K là giao điểm của AB và CD, chứng minh được:

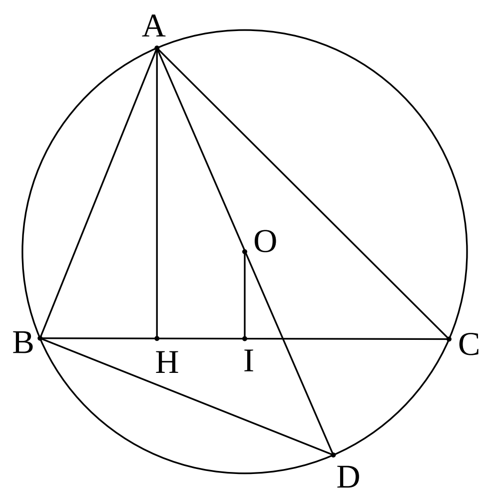
$KC^2 = KA.KB,\ KD^2 = KA.KB \Rightarrow KC = KD$ (2)

Vì CD // MN nên $\dfrac{KC}{BN} = \dfrac{KD}{BM} = \dfrac{AK}{AB}$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra BM = BN (4)

Từ (1) và (4) suy ra tam giác IMN cân tại I.

2)



Kẻ $AH \perp BC,\ OI \perp BC$, đường kính AD.

Chứng minh được $\Delta AHC \backsim \Delta ABD$ (g - g)

$\Rightarrow \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{AC}{AD} \Rightarrow AH.AD = AB.AC$ hay AB.AC = 2R.AH (1)

Mà $\sqrt{AB.AC} = R\sqrt{3} \Rightarrow AB.AC = 3R^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH = \dfrac{3R}{2}$

Ta lại có $OI + OA \ge AI \ge AH$ nên

$OI \ge AH - OA = \dfrac{3R}{2} - R = \dfrac{R}{2}$.

Do $AH = \dfrac{3R}{2}$ không đổi nên S_{ABC} lớn nhất khi BC lớn nhất $\Leftrightarrow$ OI nhỏ nhất.

$\Leftrightarrow OI = \dfrac{R}{2} \Leftrightarrow BC \perp OA \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

Mà OI = $\dfrac{R}{2}$ nên tính được $\widehat{BOC} = 120^0 \Rightarrow \widehat{BAC} = 60^0 \Rightarrow \Delta$ ABC đều

Vậy, khi B, C $\in$ (O) và Δ ABC đều thì S_{ABC} lớn nhất.

Câu 5:

Áp dụng bất đẳng thức: $3\left(x^2+y^2+z^2\right) \ge \left(x+y+z\right)^2$

Ta có $3+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} \ge 12\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right) \ge 4\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)^2$

$\Rightarrow \left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}-1\right)\left[4\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)+3\right] \le 0 \Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} \le 1$ (1)

Dễ dàng chứng minh được: $(a+b+c)(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}) \ge 9 \Rightarrow a+b+c \ge 9$ (2)

Đặt: $S = \dfrac{1}{4a+b+c} + \dfrac{1}{a+4b+c} + \dfrac{1}{a+b+4c}$

Sử dụng bất đẳng thức: $\dfrac{4}{x+y} \le \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$ ta có:

$$\frac{1}{4a+b+c} = \frac{1}{3a+a+b+c} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{a+b+c}\right)$$

Tương tự ta có: $\frac{1}{a+4b+c} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3b} + \frac{1}{a+b+c}\right)$

$$\frac{1}{a+b+4c} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3c} + \frac{1}{a+b+c}\right)$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên ta được:

$$S \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{3b} + \frac{1}{3c} + \frac{3}{a+b+c}\right) = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + \frac{3}{a+b+c}\right] \quad (3)$$

Áp dụng (1), (2) vào bất đẳng thức (3) trên ta được:

$$S \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3} + \frac{3}{9}\right) \Rightarrow S \le \frac{1}{6}$$

Đẳng thức xảy ra khi a = b = c = 3.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 38

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chung)
(Dành cho thí sinh đăng ký thi chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(1,5 điểm)*

1. Cho phương trình: $x^2 + 4x - m = 0$. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
2. Tìm tọa độ của điểm thuộc đồ thị hàm số $y = 4x^2$. Biết rằng điểm đó có tung độ bằng 4.
3. Cho hàm số $y = (m + 5)x + 3m$ (với $m \neq -5$). Tìm m để hàm số đồng biến trên R.
4. Cho đường tròn đường kính BC = 5cm và điểm A thuộc đường tròn đó sao cho AC = 4cm. Tính $\tan\widehat{ABC}$?

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $M = \left(\dfrac{3\sqrt{3x^3}+1}{x\sqrt{3}+\sqrt{x}} + \sqrt{3}\right) : \dfrac{3x+1}{x+4}$ với $x > 0$

1. Rút gọn M.
2. Chứng minh rằng với $x > 0$ thì $M \geq 4$. Tìm x để M = 4.

Câu 3: *(2,5 điểm)*

1. Tìm hai số dương biết rằng tích của hai số đó bằng 180 và nếu tăng số thứ nhất thêm 5 đơn vị đồng thời bớt số thứ hai đi 3 đơn vị thì tích hai số mới vẫn bằng 180.
2. Cho hệ phương trinh: $\begin{cases} 2(x+y) + m|x| = 2m+2 \\ m(5x+5y) - 2|x| = m \end{cases}$ (1)

a) Giải hệ phươn trình khi m = 1.

b) Chứng minh rằng nghiệm (x; y) của hệ phương trình thỏa mãn:

$$(x + y - 1)(5x + 5y - 1) = 2|x| - x^2.$$

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn. Nửa đường tròn đường kính AB cắt các đoạn thẳng CA, CB lần lượt tại M, N (khác A, B). Gọi H là giao điểm của AN và BM.

1. Chứng minh tứ giác CMHN nội tiếp và $\widehat{BAC} + \widehat{NAM} = 90^0$.
2. Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Kẻ đường kính CD của đường tròn (O). Chứng minh: AH = BD.
3. Gọi I là trung điểm của AB. Đường thẳng đi qua H và vuông góc với H cắt các cạnh CA, CB lần lượt tại P, Q. Chứng minh H là trung điểm của PQ.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Tìm x và y thỏa mãn đồng thời 2 điều kiện sau:

$$x < y + 2 \text{ và } x^4 + y^4 - (x^2 + y^2)(xy + 3x - 3y) = 2(x^3 - y^3 - 3x^2 - 3y^2)$$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chuyên)
(Dành cho thí sinh đăng ký thi chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1. Cho đa thức: $P(x) = 2(x - 1)^5 + 3(x + 1)^3 - 4(x + 2)^2$. Nếu viết P(x) dưới dạng:

$$P(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$$

Hãy tính tổng: $S = a + b + c + d + e + f$.

2. Cho các số a, b, c, x, y, z thỏa mãn $x = by + cz$; $y = ax + cz$; $z = ax + by$; $x + y + z \neq 0$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}+\frac{1}{1+c} = 2$.

Câu 2: *(2,5 điểm)*

1. Giải phương trình: $2\sqrt{x-1} = x + \sqrt{x-2}$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = y^3 - 5y^2 + 8y - 3 \\ y = -2x^3 + 10x^2 - 16x + 9 \end{cases}$$

Câu 3: *(3,5 điểm)*

1. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O; R), có đường cao AA'. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A' trên AB, AC và J là giao điểm của EF với đường kính AD của đường tròn (O; R).

a. Chứng minh rằng tứ giác BEJD là tứ giác nội tiếp và $A'A^2 = AJ.AD$

b. Giả sử (O; R) cố định, A' là điểm cố định, hai điểm B, C di động trên đường tròn (O; R) và $A'A = R\sqrt{2}$. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

2. Trên mặt phẳng cho lục giác lồi $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Biết rằng mỗi đỉnh đều nhìn các cạnh không đi qua nó dưới cùng một góc. Chứng minh rằng lục giác đã cho là lục giác đều.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn phương trình:

$$(x + y)(x + y - xy - 2) = 3 - 2xy$$

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Cho 9 số nguyên dương lớn hơn 1, đôi một khác nhau và có tính chất: Ước nguyên của mỗi số trong chúng thuộc tập {3; 5; 7}. Chứng minh rằng trong 9 số đó luôn tồn tại 2 số mà tích của chúng là một số chính phương.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 39

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BIÊN HÒA - HÀ NAM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: Cho biểu thức: $M = \dfrac{2\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{2a}-\sqrt{3b}\right)+\sqrt{3b}\left(2\sqrt{a}-\sqrt{3b}\right)-2a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}+\sqrt{3ab}}$.

a) Tìm điều kiện của a, b để M xác định và rút gọn M.

b) Tính giá trị của M khi $a = 1+3\sqrt{2};\ b = 10+\dfrac{11\sqrt{8}}{3}$

Câu 2: Cho phương trình: $x^3 - 5x^2 + (2m + 5)x - 4m + 2 = 0$ (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3.

b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.

Câu 3: Cho số nguyên n và các số $A = \underbrace{44\ldots44}_{2n \text{ chữ số } 4}$ và $B = \underbrace{88\ldots88}_{n \text{ chữ số } 8}$. Chứng minh rằng: A + 2B + 4 là số chính phương.

Câu 4: Cho đường tròn (O) và đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm C, D. Từ điểm M tùy ý trên d kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm CD.

a) Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp.

b) Giả sử MO và AB cắt nhau tại H. Chứng minh H thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác COD.

c) Chứng minh AB đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên d.

d) Chứng minh: $\dfrac{MD}{MC} = \dfrac{HA^2}{HC^2}$

Câu 5: Cho 3 số dương a, b, c và a + b + c = 2013. Chứng minh:

$$\frac{a}{a+\sqrt{2013a+bc}} + \frac{b}{b+\sqrt{2013b+ac}} + \frac{c}{c+\sqrt{2013c+ab}} \le 1.$$

Chỉ rõ dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN BIÊN HÒA - HÀ NAM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

a) $M=\dfrac{2\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{2a}-\sqrt{3b}\right)+\sqrt{3b}\left(2\sqrt{a}-\sqrt{3b}\right)-2a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}+\sqrt{3ab}}=\dfrac{2a+2a\sqrt{2}-2\sqrt{3ab}+2\sqrt{3ab}-3b-2a\sqrt{2}}{\sqrt{a}\left(\sqrt{2a}+\sqrt{3b}\right)}$

$$=\frac{2a-3b}{\sqrt{a}\left(\sqrt{2a}+\sqrt{3b}\right)}=\frac{\left(\sqrt{2a}+\sqrt{3b}\right)\left(\sqrt{2a}-\sqrt{3b}\right)}{\sqrt{a}\left(\sqrt{2a}+\sqrt{3b}\right)}=\frac{\sqrt{2a}-\sqrt{3b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{2}-\sqrt{\frac{3b}{a}}$$

b) Thay $a=1+3\sqrt{2};\ b=10+\dfrac{11\sqrt{8}}{3}$

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{3b}{a}}=\sqrt{\frac{30+22\sqrt{2}}{1+3\sqrt{2}}}=\sqrt{\frac{\left(30+22\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2}-1\right)}{18-1}}$$

$$=\sqrt{\frac{90\sqrt{2}-30+132-22\sqrt{2}}{17}}=\sqrt{\frac{102+68\sqrt{2}}{17}}=\sqrt{6+4\sqrt{2}}=\sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2}=2+\sqrt{2}$$

Suy ra: M = $\sqrt{2}-\left(2+\sqrt{2}\right)=-2.$

Câu 2:

a) $x^3-5x^2+(2m+5)x-4m+2=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x^2-3x)+(2m-1)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x^2-3x+2m-1)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x-2=0 & (1)\\ x^2-3x+2m-1=0 & (2)\end{array}\right.$$

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\Delta=9-8m+4>0\Leftrightarrow m<\dfrac{13}{8}.$

b) Gọi x_1, x_2 là nghiệm của (2).

Khi đó:

$$\begin{cases}x_1+x_2=3\\ x_1x_2=2m-1\end{cases}\Rightarrow x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=11-6m$$

Vì $x_3=2$ nên $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11\Leftrightarrow 15-6m=11\Leftrightarrow m=\dfrac{2}{3}$ (thỏa mãn)

Câu 3:

$$A=\underbrace{44\ ...\ 44}_{\text{2n chữ số 4}}=4.\underbrace{11\ ...\ 111}_{\text{2n chữ số 4}}=4.\frac{10^{2n}-1}{9}.$$

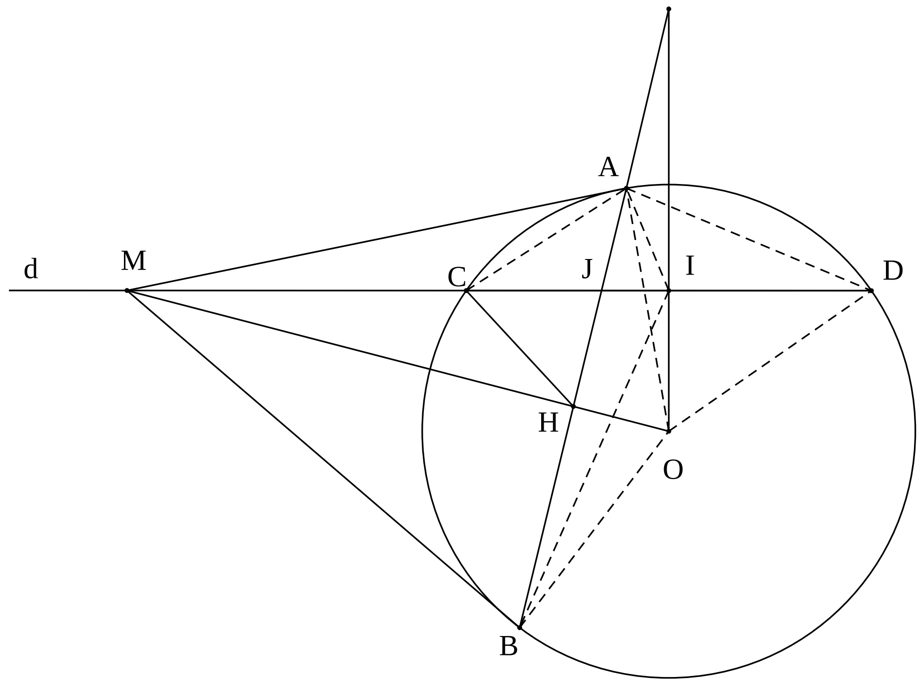
$$B=\underbrace{88\ ...\ 88}_{\text{n chữ số 8}}=8.\underbrace{11\ ...\ 111}_{\text{n chữ số 8}}=8.\frac{10^{n}-1}{9}$$

Suy ra:

$$A+2B+4=4.\frac{10^{2n}-1}{9}+16.\frac{10^n-1}{9}+4=4.\frac{10^{2n}}{9}+16.\frac{10^n}{9}+\frac{16}{9}=\left[\frac{2\left(10^n+2\right)}{3}\right]^2$$

Vì $10^n+2\,\vdots\,3$ nên A + 2B + 4 là một số chính phương.

Câu 4:



a) Vì I là trung điểm của CD nên $OI \perp CD$ và MA, MB là tiếp tuyến.

Suy ra: $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = \widehat{MIO} = 90^0$

Do đó: 5 điểm M, A, I, O, B cùng nằm trên đường trong đường kính MO hay tứ giác MAIB nội tiếp.

b) $\widehat{MAC} = \widehat{MDA} \Rightarrow \Delta MAC \backsim \Delta MDA$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{MA}{MD} = \dfrac{MC}{MA}$

Hay

$MA^2 = MC.\ MD$ (1)

$\widehat{OMA} = \widehat{OMB}$; MA = MB (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: ΔMAB cân tại M có MO là đường phân giác.

Do đó: MO là đường cao (tính chất tam giác cân)

$\Rightarrow MO \perp AH$.

Áp dụng hệ thức cạnh và góc cho tam giác vuông MAO, đường cao AH, ta có:

$MA^2 = MH.MO$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: MO.MH = MC.MD $\Rightarrow \dfrac{MO}{MC} = \dfrac{MD}{MH}$

$\Rightarrow \Delta MOD \backsim \Delta MCH$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MCH} = \widehat{MOD}$

Nên tứ giác ODCH nội tiếp (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối)

Hay

H nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔOCD.

c) Gọi K, J là giao điểm của AB với OI và CD.

Ta có: $\Delta OIM \backsim \Delta OHK$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{OI}{OH} = \dfrac{OM}{OK}$ hay OI.OK = OM.OH

Mà $OM.OH = OA^2 = R^2$ không đổi do CD cố định $OI \perp CD$ nên OI không đổi.

Mà $OI.OK = R^2$ nên OK không đổi do K cố định.

Vậy khi M di động trên đường thẳng d thì AB đi qua điểm K cố định.

d) $MC.MD = MA^2 \Rightarrow \dfrac{MD}{MC} = \dfrac{MA^2}{MC^2}$ (3)

Mà $\dfrac{MA}{HA} = \dfrac{MO}{OA} = \dfrac{MO}{OD}$ ($\Delta MAH \backsim \Delta MOA$) và $\dfrac{MO}{OD} = \dfrac{MC}{HC}$ ($\Delta MOD \backsim \Delta MCH$)

Suy ra:

$\frac{MA}{HA} = \frac{MC}{HC} \Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{HA}{HC}$ hay $\frac{MA^2}{MC^2} = \frac{HA^2}{HC^2}$ (4)

Từ (3) và (4) ta có: $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$

Câu 5:

Vì a, b, c là số dương nên theo bất đẳng thức Bunyacovski:

Ta có: $\left(\sqrt{ab} + \sqrt{ac}\right)^2 \le (a+b)(a+c) \Rightarrow \sqrt{(a+b)(a+c)} \ge \sqrt{ab} + \sqrt{ac}$

Do vậy:

$$a + \sqrt{2013a + bc} = a + \sqrt{a(a+b+c) + bca} + \sqrt{(a+b)(c+a)} \ge a + \sqrt{ab} + \sqrt{ac} = \sqrt{a}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a + \sqrt{2013a + bc}} \le \frac{a}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}\right)} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \quad (1)$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a^2 = bc$.

Tương tự:

$$\frac{b}{b + \sqrt{2013b + ac}} \le \frac{b}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}\right)} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \quad (2)$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $b^2 = ac$.

$$\frac{c}{c + \sqrt{2013c + ab}} \le \frac{c}{\sqrt{c}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}\right)} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \quad (3)$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $c^2 = ab$.

Cộng các vế của các bất đẳng thức trên, ta được:

$$\frac{a}{a + \sqrt{2013a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2013b + ac}} + \frac{c}{c + \sqrt{2013c + ab}} \le \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} = 1$$

Hay $\frac{a}{a + \sqrt{2013a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2013b + ac}} + \frac{c}{c + \sqrt{2013c + ab}} \le 1$ (điều phải chứng minh)

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a^2 = bc \\ b^2 = ac \Leftrightarrow a = b = c \\ c^2 = ab \end{cases}$.

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 40

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút.

Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1) Cho biểu thức $A=\frac{2\sqrt{x}+13}{x+5\sqrt{x}+6}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0$.

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tìm giá trị của x để A nhận giá trị nguyên.

2) Tìm số nguyên dương n để $p=\frac{n(n+1)}{2}-1$ là số nguyên tố.

Câu 2: *(1,5 điểm)*

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm nằm về hai phía của trục tung.

b) Giả sử đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Tìm giá trị của m để $|y_1-y_2|=\sqrt{24-x_2^2-mx_1}$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $x^2+2x\sqrt{x+\frac{1}{x}}=8x-1$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+4y^2-8xy=2\\ x=2y+4xy\end{cases}$

Câu 4: *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O; R), đường kính AB cố định, đường kính CD thay đổi ($CD \neq AB$). Các tia BC, BD cắt tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lần lượt ở E và F.

a) Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp.

b) Khi đường kính CD thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của EF theo R.

c) Đường tròn đi qua ba điểm O, D, F và đường tròn đi qua ba điểm O, C, E cắt nhau ở G, ($G \neq O$). Chứng minh ba điểm B, A, G thẳng hàng.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Cho số thực x thỏa mãn: $0 < x < 1$. Chứng minh rằng: $\frac{2}{x-1}+\frac{1}{x}\ge 3+2\sqrt{2}$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1: 1. a)

$$A=\frac{2\sqrt{x}+13}{x+5\sqrt{x}+6}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}=\frac{2\sqrt{x}+13}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$$

$$=\frac{\left(2\sqrt{x}+13\right)+\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)-\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{9-x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{\left(3-\sqrt{x}\right)\left(3+\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}.$$

1. b)

$$A=\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\frac{5}{\sqrt{x}+2}-1\in Z\Leftrightarrow\frac{5}{\sqrt{x}+2}\in Z$$

Có $\sqrt{x}+2\ge 2>0\Leftrightarrow 0<\frac{5}{\sqrt{x}+2}\le\frac{5}{2}\Rightarrow\frac{5}{\sqrt{x}+2}=1$ hoặc $\frac{5}{\sqrt{x}+2}=2$.

Từ đó, tính được: $x_1=9; x_2=\frac{1}{4}$.

2) $p+1=\frac{n\left(n+1\right)}{2}\Leftrightarrow p=\frac{\left(n-1\right)\left(n+2\right)}{2}$

Với n = 2k (ĐK: k > 0) $\Rightarrow$ p = (k + 1)(2k - 1) nguyên tố mà k + 1 > 1 $\Rightarrow$ 2k - 1 = 1.
$\Rightarrow$ k = 1 $\Rightarrow$ n = 2; p = 2 (thỏa mãn)
Với n = 2k +1 (ĐK: k $\ge$ 0) $\Rightarrow$ p = k(2k + 3) nguyên tố mà 2k + 1 > 1 $\Rightarrow$ k = 1.
$\Rightarrow$ n = 3; p = 5 (thỏa mãn)

Câu 2:

a) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình: $x^2 - mx - 2 = 0$.
Xét phương trình: $x^2 - mx - 2 = 0$ có 1.(-2) = - 2 < 0 $\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm trái dấu với mọi m.
Suy ra: (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm nằm về hai phía của trục tung.
b) x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - mx - 2 = 0$.
Theo định lý Vi-et, ta có:

$x_1 + x_2 = m; x_1x_2 = -2$

Tọa độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của hệ phương trìn: $\begin{cases}y=x^2\\y=mx+2\end{cases}$

Vậy: $\left|y_1-y_2\right|=\sqrt{24-x_2^2-mx_1}\Leftrightarrow\left|m\left(x_1-x_2\right)\right|=\sqrt{22-m\left(x_1+x_2\right)}=\sqrt{22-m^2}$ (*)

$\Leftrightarrow m^2\left(m^2+8\right)=22-m^2\Leftrightarrow m^4+9m^2-22=0$

Đặt: m^2 = t (ĐK: 0 $\le$ t $\le$ 22). Phương trình trở thành: $t^2 + 9t - 22 = 0$
Suy ra:

t_1 = -11 (không thỏa mãn điều kiện),
t_2 = 2 (thỏa mãn điều kiện)

$\Rightarrow m_{1,2}=\pm\sqrt{2}$

Câu 3:

1) Điều kiện: x > 0.

Chia cả hai vế của phương trình cho x > 0, ta được: $x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}-8=0$

Đặt: $\sqrt{x+\frac{1}{x}}=t$. Vì x > 0 nên $x+\frac{1}{x}\geq 2\sqrt{x.\frac{1}{x}}=2\Rightarrow t\geq\sqrt{2}$

Phương trình trở thành: $t^2 + 2t - 8 = 0$

Suy ra:

$t_1 = -4$ (không thỏa mãn điều kiện),

$t_2 = 2$ (thỏa mãn điều kiện)

Với t = 2 $\Leftrightarrow x+\frac{1}{x}=4\Leftrightarrow x^2-4x+1=0\Rightarrow x_{1,2}=2\pm\sqrt{3}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có 2 nghiệm: $x_{1,2}=2\pm\sqrt{3}$.

2) Trừ vế với vế của hai phương trình, ta được: $x^2 + 4y^2 - 4xy - x + 2y - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2y)^2 - (x - 2y) - 2 = 0$.

Đặt: x - 2y = a, phương trình trở thành: $a^2 - a - 2 = 0 \Leftrightarrow a_1 = -1; a_2 = 2$.

Với a = -1 $\Rightarrow$ x - 2y = -1, kết hợp với x = 2y + 4xy, ta được: $8y^2 - 4y + 1 = 0$ (phương trình vô nghiệm)

Với a = 2 $\Rightarrow$ x - 2y = 2, kết hợp với x = 2y + 4xy, ta được: $4y^2 + 4y - 1 = 0$.

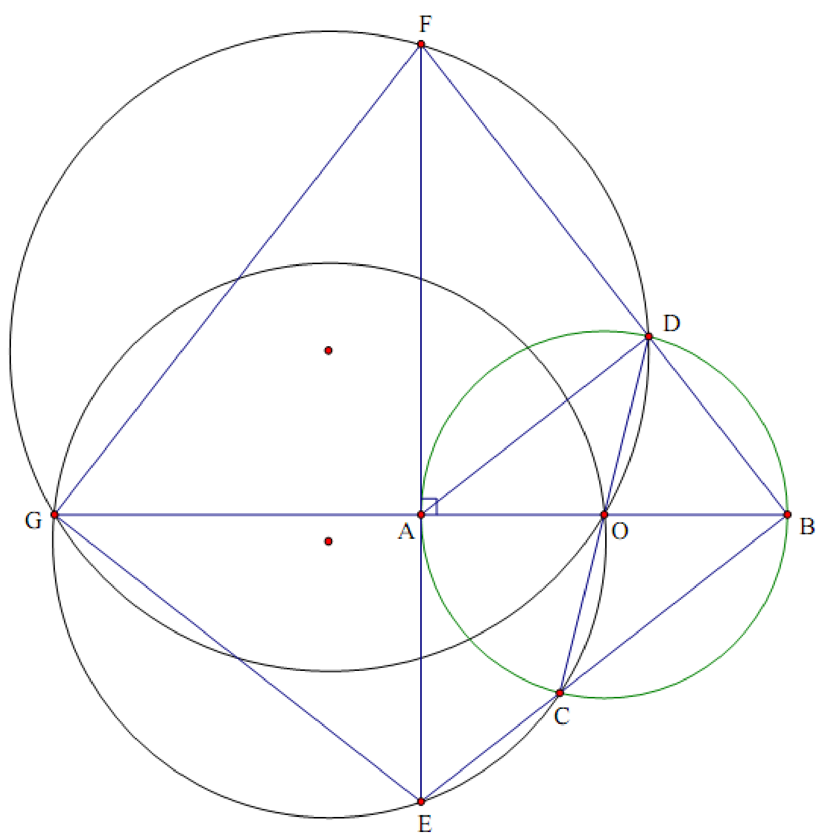
$\Rightarrow y_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{2}}{2}$

Với $y_1=\frac{-1-\sqrt{2}}{2}\Rightarrow x_1=1-\sqrt{2}$

Với $y_2=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}\Rightarrow x_1=1+\sqrt{2}$

Vậy hệ có hai nghiệm $\left(1-\sqrt{2};\ \frac{-1-\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(1+\sqrt{2};\ \frac{-1+\sqrt{2}}{2}\right)$

Câu 4:



a) $D \in (O;R) \Rightarrow \widehat{DAB} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DAB} = \widehat{AFB}$ (cùng phụ với $\widehat{DAB}$)

$\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ (hai góc nội tiếp đường tròn (O) cùng chắn $\widehat{DB}$.

$\Rightarrow \widehat{EFD} = \widehat{DCB} \Rightarrow$ Tứ giác CDEF nội tiếp.

b) B thuộc đường tròn đường kính CD.

Suy ra: $\widehat{DBC} = 90^0$.

Xét ΔEBF có: $\widehat{EBF} = 90^0$, $BA \perp EF \Rightarrow$ AE.AF=AB^2

$\Rightarrow EF = AE + AF \geq 2\sqrt{AE.AF} = 2\sqrt{AB^2} = 2AB = 4R$ (BĐT Cô si)

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi AE = AF = 2R $\Leftrightarrow CD \perp AB$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của EF là 4R, đạt được khi $CD \perp AB$..

c) Tứ giác ODFG nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{GFD} + \widehat{GOD} = 180^0$, tứ giác OCEG nội tiếp.

$\widehat{GEC} + \widehat{GOC} = 180^0$,

mà $\widehat{GOD} + \widehat{GOC} = 180^0 \Rightarrow \widehat{GFD} + \widehat{GEC} = 180^0$.

Suy ra: Tứ giác BEGF nội tiếp.

Tứ giác BEGF nội tiếp. Suy ra: $\widehat{FGB} = \widehat{FEB}$.

Tứ giác CDEF nội tiếp. Suy ra: $\widehat{FEB} = \widehat{CDB}$.

Tứ giác ODFD nội tiếp. Suy ra: $\widehat{ODB} = \widehat{FGO}$.

$\Rightarrow \widehat{FGB} = \widehat{FGO} \Rightarrow G, O, B$ thẳng hàng hay B, A, G thẳng hàng.

Câu 5:

$$A = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x} = \left(\frac{2}{x-1} - 2\right) + \left(\frac{1}{x} - 1\right) + 3 = \frac{2x}{1-x} + \frac{1-x}{x} + 3$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương $\frac{2x}{1-x}$ và $\frac{1-x}{x}$, ta được:

$$\frac{2x}{1-x} + \frac{1-x}{x} \geq 2\sqrt{\frac{2x}{1-x}.\frac{1-x}{x}} = 2\sqrt{2}$$

Vậy $A \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 41

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HƯNG YÊN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian phát đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*

a) Cho A = $\dfrac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$.

Chứng minh A là một số nguyên.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 = 12y+6 \\ 2y^2 = x-1 \end{cases}$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Cho (P): y = $\dfrac{1}{3}x^2$ và đường thẳng (d): $y=-x+\dfrac{4}{3}$. Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm điểm M trên trục tung sao cho độ dài MA + MB nhỏ nhất.

b) Giải phương trình: $x^2+5x+8=3\sqrt{2x^3+5x^2+7x+6}$.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

a) Cho f(x) là một đa thức với hệ số nguyên. Biết f(1).f(2) = 2013. Chứng minh phương trình f(x) = 0 không có nghiệm nguyên.

b) Cho p là một số nguyên tố. Tìm p để tổng các ước nguyên dương của p^4 là một số chính phương.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn tâm O. Đường tròn (K) đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F. Gọi H là giao điểm của BF và CE.

a) Chứng minh: AE.AB = AF.AC.

b) Chứng minh OA vuông góc với EF.

c) Từ A dựng các tiếp tuyến AM, AN đến đường tròn (K) với M, N là các tiếp điểm. Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Cho các số a, b, c, d thỏa mãn điều kiện: ac – bd = 1.

Chứng minh rằng: $a^2+b^2+c^2+d^2+ad+bc \ge \sqrt{3}$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN HƯNG YÊN

Câu 1:

Câu 2:

Câu 3:

Câu 4:

Câu 5:

ĐỀ SỐ 42.1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN - THANH HÓA NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán (chung)
(Dành cho tất cả các thí sinh thi chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: Cho biểu thức: $P = \left(\dfrac{2}{\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\right) : \dfrac{2\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}}$.

1) Rút gọn P.
2) Tìm giá trị của x để P = 3.

Câu 2: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + my = 3m \\ mx - y = m^2 - 2 \end{cases}$

1) Giải hệ với m = 3.
2) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x^2 - x - y > 0$.

Câu 3: Giải phương trình:

$$\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 - \frac{4.\left(x^2-1\right)}{x^2-4} + 3\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 = 0.$$

Câu 4: Cho 3 điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng và theo thứ tự đó sao cho AB ≠ BC. Trong một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC dựng các hình vuông ABDE và BCFK. Gọi I là trung điểm của EF, đường thẳng qua I vuông góc với EF cắt các đường thẳng BD và AB lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng:

1. Các tứ giác AEIN và EMDI nội tiếp.
2. Ba điểm A, I, D thẳng hàng và B, N, E, M, F cùng thuộc 1 đường tròn.
3. AK, EF, CD đồng quy.

Câu 5: Cho 3 số thực dương x, y, z thỏa mãn x + y + z = 9.

Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \dfrac{y^3}{x^2+xy+y^2} + \dfrac{z^3}{y^2+yz+z^2} + \dfrac{x^3}{z^2+zx+x^2}$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 42.2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN - THANH HÓA
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chuyên Toán - Tin)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)* Tính giá trị của biểu thức:

$$P=\frac{1+2x}{1+\sqrt{1+2x}}+\frac{1-2x}{1-\sqrt{1-2x}}$$

với $x=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

1. Cho phương trình: $mx^2 - (m + 3)x + 2m + 1= 0$, với m là tham số.

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$(2 + x_1 - x_2)(2 - x_1 + x_2) = 0.$$

2. Giải phương trình: $x^2+\frac{25x^2}{(x+5)^2}=11$.

Câu 3: *(2,0 điểm)* Chứng minh rằng nếu m là số nguyên và a là nghiệm nguyên của phương trình:

$$x^4 - 4x^3 + (3 + m)x^2 - x + m = 0$$

thì a là một số chẵn.

Câu 4: *(3,0 điểm)* Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó thỏa mãn điều kiện AB < AC. Trong nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AC. Dựng các nửa đường tròn đường kính AC, AB, BC có tâm lần lượt là O, O_1, O_2. Đường thẳng qua B vuông góc với AC cắt nửa đường tròn, đường kính AC tại D. Các điểm E, F phân biệt lần lượt nằm trên các nửa đường tròn đường kính AB và BC sao cho đường thẳng EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn đó.

Chứng minh rằng:

1. Tứ giác AEFC nội tiếp được trong một đường tròn.
2. OD vuông góc với EF.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $5x^2 + 4y^2 + 3z^2 + 2xyz = 60$.
Tìm GTLN của biểu thức: $P = x + y + z$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 43

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1 (*7,0 điểm*).

a) Giải phương trình: $\left(\sqrt{2x+3}+2\right)\left(\sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}\right)=5$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3y+2y=3 \\ y^3(3x-2)=1 \end{cases}$

Câu 2 ***(2,0 điểm).***

Cho hai số nguyên x, y. Chứng minh rằng: $(x-y)(x-2y)(x-3y)(x-4y)+y^4+2$ không phải là số chính phương.

Câu 3 ***(2,0 điểm).***

Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $a\ge 0, b\ge 0, c\ge 1$ và $a+b+c=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=(6-a^2-b^2-c^2)(2-abc)$.

Câu 4 ***(7,0 điểm).***

Cho đường tròn (O) đường kính BC. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A khác B. Kẻ các tiếp tuyến AD, AE của (O) (D, E là các tiếp điểm). Kẻ DH vuông góc với EC tại H. Gọi K là trung điểm của DH, Gọi I là giao điểm của AC và DE. CK cắt (O) tại Q khác C, AQ cắt (O) tại M khác Q.

Chứng minh rằng:

a) AB.CI = AC.BI
b) QD vuông góc với QI.
c) DM song song với OC.

Câu 5 ***(2,0 điểm).***

Trên mặt phẳng cho bảy điểm (không có 3 điểm nào thẳng hàng). Gọi h là đội dài lớn nhất của các đoạn thẳng nối hai trong bảy điểm đã cho. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một tam giác có các đỉnh là ba trong bảy điểm đã cho thỏa mãn diện tích của nó nhỏ hơn $\frac{h^2(4\pi-3\sqrt{3})}{24}$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 44

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (vòng 1)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Tìm hai số nguyên a và b sao cho:

$$\frac{1}{a-1996}+\frac{1}{b-2003}=1$$

Câu 2: *(2,5 điểm)*

Cho phương trình: x^2 - 2mx + m(m + 1) = 0 (1)

a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm bé là x_1 và nghiệm lớn là x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$x_1 + 2x_2 = 0.$$

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Giả sử x và y là các số dương có tổng bằng 1. Đặt: $S = xy + \frac{1}{xy}$.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của S.

b) Biểu thức S có giá trị nhất hay không? Vì sao?

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có AB = 6; AC = 8; BC = 10. Gọi M, N, P lần lượt là chân đường cao, chân đường phân giác, chân đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A.

a) Chứng minh rằng điểm N nằm giữa hai điểm M và P.

b) Tính diện tích các tam giác APB, ABN và ABM.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (vòng 2)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(1,5 điểm)*

Giả sử n là số nguyên tố lớn hơn 2. Chứng minh rằng

$$\frac{2013n^2+3}{8}$$

là số nguyên dương?

Câu 2: *(1,5 điểm)*

Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2+y^2+6xy=17 \\ 6y^2-xy+x-5y-1=0 \end{cases}$$

Câu 4: *(1,5 điểm)*

Cho tam giác ABC có BC =a, CA - b, AB = c và $\widehat{A}\ge\widehat{B}\ge\widehat{C}$.
Chứng minh rằng: $9ab \ge (a + b + c)^2$

Câu 5: *(4,0 điểm)*

Cho tam giác ABC . Họi H là chân đường cao kẻ từ A, biết rằng H nằm trên đoạn thẳng BC và không trùng khớp vói B hoặc C. Đường thẳng AB cắt đường tròn ngoài tiếp tam giác ACH tại D phân biệt với A. Đường thẳng AC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH tại E phân biệt với A.

a) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và AC. Chứng minh rằng bốn điểm I, J, D, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh rằng HA là tia phân giác của $\widehat{EHD}$.

c) Xác định mối liên hệ giữa AB, AC và AH để DE tiếp xúc với cả hai đường tròn nói trên.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN (VÒNG 2)
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH

Câu 1: Vì n là số nguyên tố lớn hơn 2 nên $2013n^2 + 3 = 2008n^2 + 5(n - 1)(n + 1) + 8 \vdots 8$.
Vì n lẻ nên ta có điều phải chứng minh.
Câu 2: Áp dụng tính chất: Nếu a + b + c = 0 thì $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ (chứng minh được).
Ta có: $A-\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}-\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}=0$ nên

$$A^3-\left(2+\sqrt{5}\right)-\left(2-\sqrt{5}\right)=3A\sqrt[3]{\left(2+\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)}$$

$\Leftrightarrow A^3+3A-4=0$

$\Leftrightarrow \left(A-1\right)\left(A^2+A+4\right)=0$

$\Leftrightarrow A=1$

Vậy A = 1.

Câu 3: $\begin{cases} x^2+y^2+6xy=17 & (1) \\ 6y^2-xy+x-5y=0 & (2) \end{cases}$

Phương trình (2): $6y^2 - xy + x - 5y = 0$
$\Leftrightarrow (y - 1)(6y - x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=\dfrac{x-1}{6} \end{array}\right.$

Thay vào phương trình (1). Ta tìm được nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Câu 4: Vì $\widehat{A}\ge\widehat{B}\ge\widehat{C}\Rightarrow a\le b\le c$

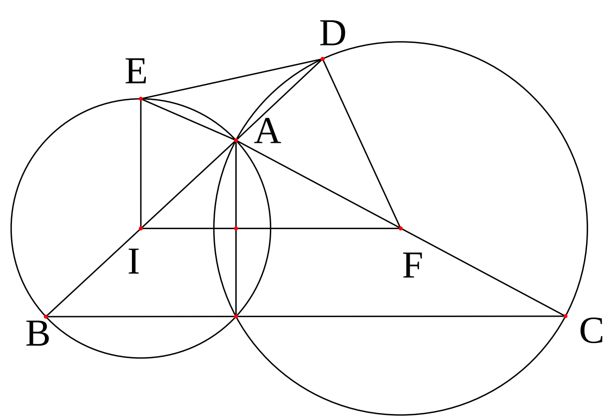
Do đó $\left(a+b+c\right)^2\le\left(2b+c\right)^2$

Ta cần chứng minh: $\left(2b+c\right)^2\le 9bc\Leftrightarrow\left(4b-c\right)\left(b-c\right)\le 0$ (*)

Do $b\le c\Rightarrow b-c\le 0$ và c < a + b ≤ 2b nên (*) đúng.

Vậy $\left(a+b+c\right)^2\le 9bc$

Câu 5



a) $\widehat{EIA}=\widehat{EAI}=\widehat{DAF}=\widehat{ADF}$
$\Rightarrow$ Tứ giác EIFD nội tiếp.

b) $\widehat{EHA}=\dfrac{1}{2}\widehat{EIA}=\dfrac{1}{2}\widehat{AFD}=\widehat{AHD}$ (đpcm)

c) DE là tiếp tuyến chung của 2 đường tròn:

$\widehat{DEA}=\widehat{EDA}\left(=2\widehat{EHA}=2\widehat{AHD}\right)$.

$\Leftrightarrow \widehat{AIF}=\widehat{AFI}$ (EDFI nội tiếp)

$\Leftrightarrow \widehat{ABC}=\widehat{ACB}$ (IF là đường trung bình của ΔABC)

$\Leftrightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

ĐỀ SỐ 48

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ TĨNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chung)
Ngày thi: 15/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Đề thi này có 01 trang

Câu 1:

Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{8}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}\right)\left(\dfrac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}+\sqrt{x}-10\right)$

a. Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn P.

b.Tìm các giá trị của x để P = 30.

Câu 2:

Cho phương trình: $3x^2 + 2(m - 1)x - (2m + 1) = 0$ (m là tham số)

a. Giải phương trình khi m = -1.

b. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1+1)(x_2+1)=x_1^2x_2+x_2^2x_1+2$$

Câu 3:

a. Giải phương trình: $\sqrt{x-1}+\sqrt{4x+1}=4$

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}4xy^2-2x^2y=x-2y\\2x^3-x-8y+3=0\end{cases}$

Câu 4:

Cho tam giác nhọn ABC có AB < AC và AH vuông góc với BC tại H. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên AB, AC. Đường thẳng DE cắt tia CB tại S.

a. Chứng minh rằng các tứ giác ADHE và BCED nội tiếp đường tròn.

b. Đường thẳng SA cắt đường trong đường kính AH tại M (M khác A). Các đường thẳng BM và AC cắt nhai tại F. Chứng minh: $FA.FC + SB.SC = SF^2$.

Câu 5:

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:

$$\frac{b^2+c^2-a^2}{bc}+\frac{c^2+a^2-b^2}{ac}+\frac{a^2+b^2-c^2}{ab}>2$$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ TĨNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

a) Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \ge 0 \\ \sqrt{x} - 3 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x \ne 9 \end{cases}$

$$P = \left[\frac{8\left(\sqrt{x}+3\right)+\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}\right]\left[\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}+\sqrt{x}-10\right]$$

$$= \left[\frac{8\sqrt{x}+24+2x-6\sqrt{x}-\sqrt{x}+3}{x-9}\right]\left(x-\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-10\right)$$

$$= \left(\frac{2x+\sqrt{x}+27}{x-9}\right)\left(x-9\right)$$

$$= 2x+\sqrt{x}+27$$

b)

$$P = 30 \Rightarrow 2x+\sqrt{x}+27 = 30 \Leftrightarrow 2x+\sqrt{x}-3 = 0 \Leftrightarrow 2x-2\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)+3\left(\sqrt{x}-1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(2\sqrt{x}+3\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

(Vì $2\sqrt{x}+3>0$). Đối chiếu ĐKXĐ ta có x = 1 thỏa mãn bài toán

Câu 2:

a) Khi m = -1 ta có phương trình: $3x^2-4x+1=0$ phương trình này có 3 + (-4) + 1 = 0 (a + b + c = 0).

Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1;\ x_2 = \frac{1}{3}$

b) Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow \left(m-1\right)^2+3\left(2m+1\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2-2m+1+6m+3 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2+4m+4 > 0$$

$$\Leftrightarrow \left(m+2\right)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m \ne -2$$

Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của phương trình. Áp dụng hệ thức Viét ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2 = -\frac{2m-2}{3} \\ x_1.x_2 = -\frac{2m+1}{3} \end{cases}$$

$$\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right) = x_1^2x_2+x_2^2x_1+2 \Leftrightarrow x_1x_2+\left(x_1+x_2\right)+1 = x_1x_2\left(x_1+x_2\right)+2$$

$$x_1x_2-1 = x_1x_2\left(x_1+x_2\right)-\left(x_1+x_2\right) \Leftrightarrow \left(x_1x_2-1\right)\left(x_1+x_2\right)-\left(x_1x_2-1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1x_2-1\right)\left(x_1+x_2-1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1x_2 = 1 \\ x_1+x_2 = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{2m-2}{3} = 1 \\ -\frac{2m+1}{3} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-2m = 3 \\ 2m+1 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\frac{1}{2} \\ m = -2 \end{array}\right.$$

Đối chiếu ĐK: $m \neq -2$ ta có $m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn bài toán

Câu 3:

a) ĐKXĐ: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 4x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$

Phương trình tương đương

$$\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{4x+1}\right)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x-1+2\sqrt{(x-1)(4x+1)}+4x+1=16$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{4x^2-3x-1} = 16-5x.$$

Với điều kiện $16-5x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{16}{5}$ kết hợp với điều kiện x ≥ 1, ta có: $1 \leq x \leq \frac{16}{5}$.

Do đó:

$$2\sqrt{4x^2-3x-1} = 16-5x \Leftrightarrow 4\left(4x^2-3x-1\right) = (16-5x)^2$$

$$\Leftrightarrow 16x^2-12x-4 = 256-160x+25x^2$$

$$\Leftrightarrow 9x^2-148x+260=0$$

Ta có: $\Delta' = 74^2 - 9.260 = 3136$

$\sqrt{\Delta'} = 56$ phương trình có 2 nghiệm $x_1 = \frac{74-56}{9} = 2$; $x_2 = \frac{74+56}{9} = \frac{130}{9}$

Đối chiếu ĐK: $1 \leq x \leq \frac{16}{5}$.

Phương trình có nghiệm là x = 2

b) $\begin{cases} 4xy^2 - 2x^2y = x - 2y \quad (1) \\ 2x^3 - x - 8y + 3 = 0 \quad (2) \end{cases}$

Từ phương trình (1) ta có:

$$(x-2y)+2xy(x-2y)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2y)(2xy+1)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2y=0 \\ 2xy+1=0 \end{array}\right.$$

Với x – 2y = 0 ⇔ 2y = x thế vào phương trình (2) được: $2x^3 - x - 4x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^3-2x^2+2x^2-2x-3x+3=0 \Leftrightarrow 2x^2(x-1)+2x(x-1)-3(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left(2x^2+2x-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ 2x^2+2x-3=0 \end{array}\right.$$

Xét x – 1 = 0 ⇔ x = 1 ⇒ $y = \frac{1}{2}$

Xét $2x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow x^2+x-\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow x^2+2x.\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{7}{4}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-2-\sqrt{7}}{4} \\ x = \frac{-2+\sqrt{7}}{4} \end{array}\right.$

$x=\frac{-2-\sqrt{7}}{4}\Rightarrow y=\frac{-2-\sqrt{7}}{8}$; $x=\frac{-2+\sqrt{7}}{4}\Rightarrow y=\frac{-2+\sqrt{7}}{8}$

Với $2xy+1=0$. Nếu x = 0 thì 1 = 0 (vô lí),

Do đó $x\neq 0\Rightarrow y=-\frac{1}{2x}$ thế vào phương trình (2) được:

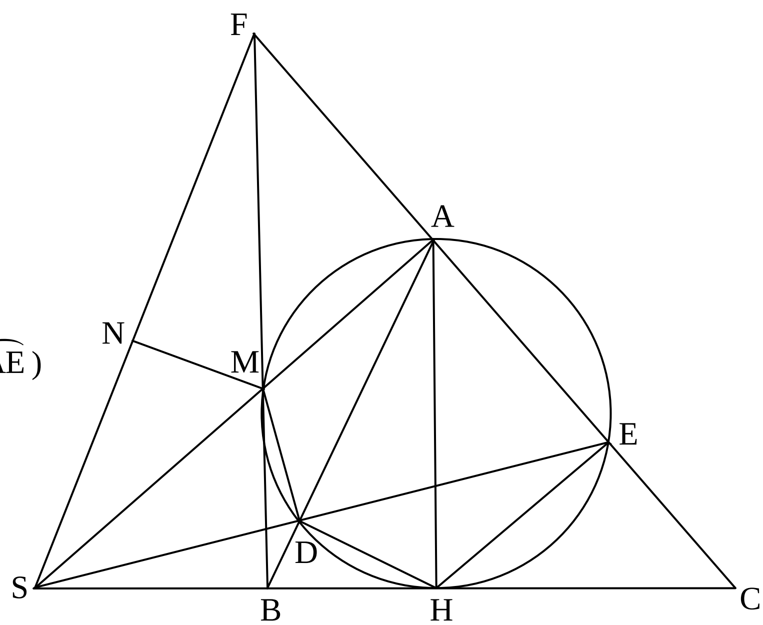
$$2x^3-x+\frac{4}{x}+3=0\Leftrightarrow 2x^4-x^2+3x+4=0\Leftrightarrow 2x^4-4x^2+2++3x^2+3x+2=0$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x^4-2x^2+1\right)+3\left(x^2+x+\frac{2}{3}\right)=0\Leftrightarrow 2\left(x^2-1\right)^2+3\left(x^2+2.x.\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\right)=0$$

$\Leftrightarrow 2\left(x^2-1\right)^2+3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}=0$ vô nghiệm (vì $2\left(x^2-1\right)^2+3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}>0$ với mọi x)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)\in\left\{\left(1;\frac{1}{2}\right);\left(\frac{-2-\sqrt{7}}{4};\frac{-2-\sqrt{7}}{8}\right);\left(\frac{-2+\sqrt{7}}{4};\frac{-2+\sqrt{7}}{8}\right)\right\}$

Câu 4:



a) Ta có $\begin{cases}AD\perp DH(gt)\\AE\perp EH(gt)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\widehat{ADH}=90^0\\\widehat{AEH}=90^0\end{cases}$

$\Rightarrow\widehat{ADH}+\widehat{AEH}=90^0+90^0=180^0$

Suy ra tứ giác ADHE nội tiếp

(Tổng 2 góc đối bằng 180^0)

Mặt khác,

$\widehat{C}=\widehat{AHE}$ (cùng phụ với $\widehat{EHC}$)

$\widehat{AHE}=\widehat{ADE}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AE}$)

$\Rightarrow\widehat{C}=\widehat{ADE}$ mà (kề bù)

$\Rightarrow\widehat{C}+\widehat{EDB}=180^0$. Suy ra tứ giác BDEC nội tiếp (Tổng 2 góc đối bằng 180^0)

b) Theo câu a ta có tứ giác BDEC nội tiếp

$\Rightarrow\widehat{C}+\widehat{EDB}=180^0$

mà $\widehat{SDB}+\widehat{EDB}=180^0$ (kề bù)

$\Rightarrow\widehat{C}=\widehat{SDB}$. Xét ΔSDB và ΔSCE có

$\begin{cases}\widehat{C}=\widehat{SDB}\\\hat{S}\text{ chung}\end{cases}\Rightarrow\Delta SDB\sim\Delta SCE\ (g-g)\Rightarrow\frac{SB}{SE}=\frac{SD}{SC}\Rightarrow SB.SC=SD.SE$

Chứng minh tương tự ta cũng có $\Delta SMD\backsim\Delta SEA$ (g.g)

$\Rightarrow\frac{SM}{SE}=\frac{SD}{SA}\Rightarrow SD.SE=SM.SA$

Từ đó suy ra $SB.SC=SM.SA$ (1) $\Rightarrow\frac{SB}{SA}=\frac{SM}{SC}$

Xét ΔSMB và ΔSCA có $\begin{cases}\frac{SB}{SA}=\frac{SM}{SC}\\\hat{S}\text{ chung}\end{cases}$

$\Rightarrow\Delta SMB\backsim\Delta SCA$ (g.g)

$\Rightarrow\widehat{C}=\widehat{SMB}$

Mà $\widehat{SMB}+\widehat{AMB}=180^0$ (kề bù)

$\Rightarrow \widehat{C}+\widehat{AMB}=180^0$ nên tứ giác AMBC nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180^0).

Chứng minh tương tự như trên ta có $\Delta FMA \backsim \Delta FCB$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{FA}{FB}=\dfrac{FM}{FC} \Rightarrow FA.FC=FM.FB\,(2)$

Trên SF ta lấy điểm N sao cho $\widehat{FNM}=\widehat{MBS}$ ta có: $\widehat{FNM}+\widehat{MNS}=180^0$ (kề bù)

$\Rightarrow \widehat{MBS}+\widehat{MNS}=180^0$

Ta lại có $\widehat{MBH}+\widehat{MAC}=180^0$ (vì tứ giác AMBC nội tiếp) mà $\widehat{MBH}+\widehat{MBS}=180^0$ (kề bù)

$\Rightarrow \widehat{MBS}=\widehat{MAC}$ mà $\widehat{FNM}=\widehat{MBS}$ $\Rightarrow \widehat{FNM}=\widehat{MAC}$.

Từ đó suy ra $\widehat{FNM}+\widehat{FAM}=180^0$ nên tứ giác FAMN nội tiếp (Tổng 2 góc đối bằng 180^0).

Chứng minh tương tự như trên ta lại có

$\Delta FNM \backsim \Delta FBS$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{FN}{FB}=\dfrac{FM}{FS} \Rightarrow FN.FS=FM.FB \qquad (3)$

$\Delta SNM \backsim \Delta SAF$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{SN}{SA}=\dfrac{SM}{SF} \Rightarrow SN.SF=SM.SA \qquad (4)$

Từ (1), (2), (3) và (4) ta có:

$FA.FC+SB.SC=FM.FB+SM.SA=FN.FS+SN.SF=SF\left(FN+SN\right)=SF^2$ (điều phải chứng minh)

Câu 5:

$$\frac{b^2+c^2-a^2}{bc}+\frac{c^2+a^2-b^2}{ca}+\frac{a^2+b^2-c^2}{ab}>2$$

$\Leftrightarrow \left(b^2+c^2\right)a-a^3+\left(c^2+a^2\right)b-b^3+\left(a^2+b^2\right)c-c^3>2abc$

$\Leftrightarrow \left(b^2+c^2\right)a+2abc-a^3+\left(c^2+a^2\right)b-2abc-b^3+\left(a^2+b^2\right)c-2abc-c^3>0$

$\Leftrightarrow a\left(b+c\right)^2-a^3+b\left(c-a\right)^2-b^3+c\left(a-b\right)^2-c^3>0$

$\Leftrightarrow a\left[\left(b+c\right)^2-a^2\right]+b\left[\left(c-a\right)^2-b^2\right]+c\left[\left(a-b\right)^2-c^2\right]>0$

$\Leftrightarrow a\left(b+c-a\right)\left(b+c+a\right)+b\left(c-a-b\right)\left(c-a+b\right)+c\left(a-b-c\right)\left(a-b+c\right)>0$

$\Leftrightarrow \left(b+c-a\right)\left[a\left(b+c+a\right)+b\left(c-a-b\right)-c\left(a-b+c\right)\right]>0$

$\Leftrightarrow \left(b+c-a\right)\left(ab+ac+a^2+bc-ab-b^2-ac+bc-c^2\right)>0$

$\Leftrightarrow \left(b+c-a\right)\left[a^2-\left(b^2-2bc+c^2\right)\right]>0 \;\Leftrightarrow \left(b+c-a\right)\left[a^2-\left(b-c\right)^2\right]>0$

$\Leftrightarrow \left(b+c-a\right)\left(a-b+c\right)\left(a+b-c\right)>0$ luôn đúng với a, b, c là ba cạnh của một tam giác

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 46

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUẢNG BÌNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán, chuyên tin)
Ngày thi: 26/ 06/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)* Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \left(5+\sqrt{21}\right)\left(\sqrt{14}-\sqrt{6}\right)\sqrt{5-\sqrt{21}}$

b) $B = \dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}+2}}{\sqrt{2}}-\sqrt{\sqrt{5}+1}$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $\left(\sqrt{x+4}-2\right)\left(\sqrt{4-x}+2\right)=-2x$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-x+y^2=19 \\ xy(x-1)(2-y)=20 \end{cases}$

Câu 3: *(1,5 điểm)* Cho x, y, z > 0 thoả mãn x + y + z = 3.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{x^2}{y+3z}+\dfrac{y^2}{z+3x}+\dfrac{z^2}{z+3y}$.

Câu 4: *(3,5 điểm)* Cho điểm A cố định nằm ngoài đường tròn (O; R) cố định. Từ điểm A kẻ đường thẳng d bất kỳ không đi qua O, cắt đường tròn (O) tại B, C (B nằm giữa A và C). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt nhau tại D. Kẻ DH vuông góc với AO tại H; DH cắt cung nhỏ BC tại M. Gọi I là giao điểm của DO và BC.

a) Chứng minh năm điểm B, C, D, H, O nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh đường thẳng AM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Chứng minh tích HB.HC không đổi khi đường thẳng d quay quanh điểm A.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Chứng minh: $N = 2012^4n + 2013^4n + 2014^4n + 2015^4n$ không phải là số chính phương với mọi là số nguyên dương.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUẢNG BÌNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:
Câu 2:
Câu 3:
Câu 4:
Câu 5:

ĐỀ SỐ 47

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG TRỊ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Ngày thi: 18/6/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,5 điểm)*

1. Cho biểu thức: $P=\dfrac{3a+\sqrt{9a}-3}{a+\sqrt{a}-2}-\dfrac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{a}+2}-1$

a. Rút gọn P.
b. Tìm a nguyên để biểu thức P nguyên.

2. Hãy tính: $A = 2x^3 + 2x^2 + 1$ với $x=\dfrac{1}{3}\left(\sqrt[3]{\dfrac{23+\sqrt{513}}{4}}+\sqrt[3]{\dfrac{23-\sqrt{513}}{4}}-1\right)$

Câu 2: *(1,5 điểm)*

Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn: $a + b + 2c = 0$.
Chứng minh rằng phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt và có ít nhất một nghiệm là số dương.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Giải phương trình: $x^2-7x+2+2\sqrt{3x+1}=0$

Câu 4: *(1,5 điểm)*

Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$x^2 - 3y^2 + 2xy - 2x - 10y + 4 = 0$$

Câu 5: *(3,0 điểm)*

1. Cho đường tròn (O; R) với dây cung BC cố định (BC < 2R) và điểm A trên cung lớn BC (A không trùng B, C). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và A', B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C lên các cạnh BC, CA, AB.
a. Chứng minh $OA \perp B'C'$.
b. Chứng minh: BA.BH = 2R.BA'. Từ đó suy ra tổng: BA.BH + CA.CH không đổi.

2. Cho tam giác ABC nhọn với $\widehat{A}=30^0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC và M, N lần lượt là các điểm trên hai cạnh AB, AC. Tìm vị trí M, N để tam giác HMN có chu vi nhỏ nhất.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1a) Điều kiện: $a \geq 0$, $a \neq 1$.

$$P = \frac{3a+\sqrt{9a}-3}{a+\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}-1} + \frac{1}{\sqrt{a}+2} - 1$$

$$= \frac{a+3\sqrt{a}+2}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-1\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}$$

1b) $P = 1 + \frac{2}{\sqrt{a}-1}$

P nguyên khi $\sqrt{a}-1 \in \{-2;\ -1;\ 1;\ 2\}$.

Vậy $a \in \{0; 4; 9\}$.

2) Đặt: $a = \sqrt[3]{\frac{23+\sqrt{513}}{4}}$; $b=\sqrt[3]{\frac{23-\sqrt{513}}{4}}$; $y = a+b$.

Ta có: $y^3 = a^3 + b^3 + 3ab\left(a+b\right) = \frac{23}{2} + 3y$

Ta có: $x = \frac{1}{3}\left(y-1\right) \Leftrightarrow y = 3x+1$.

Thay vào biểu thức trên, ta tính được: $A = 2x^3 + 2x^2 + 1 = 2$.

Câu 2:

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (a + 2c)^2 - 4ac = a^2 + 4c^2 > 0$ với mọi a, c khác 0.
Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.
Giả sử phương trình có hai nghiệm x_1, x_2.
a, c trái dấu thì $x_1.x_2 < 0$ nên có một nghiệm dương.
a, c cùng dấu thì a trái dấu với b.

Khi đó: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$ nên có ít nhất một nghiệm dương.

Vậy phương trình có ít nhất một nghiệm dương.

Câu 3:

Điều kiện: $x \geq -\frac{1}{3}$.

$$x^2 - 7x + 2 + 2\sqrt{3x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 3x + 1 - 2\sqrt{3x+1} + 1$$

$$\Leftrightarrow \left(x-2\right)^2 = \left(\sqrt{3x+1}-1\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{3x+1}-1 = x-2\\ \sqrt{3x+1}-1 = 2-x\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{3x+1} = x-1\\ \sqrt{3x+1} = 3-x\end{array}\right.$$

Ta có:

$$\sqrt{3x+1}-1=x-1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x^2-5x=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=5$$

Và

$$\sqrt{3x+1}=3-x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 3 \\ x^2-9x+8=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=1$$

Vậy phương trình có hai nghiệm x = 1, x= 5.

Câu 4:

Ta có:

$$x^2-3y^2+2xy-2x-10y+4=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x(y-1)+(y-1)^2-(4y^2+8y+4)=-7$$

$$\Leftrightarrow (x+y-1)^2-(2y+2)^2=-7$$

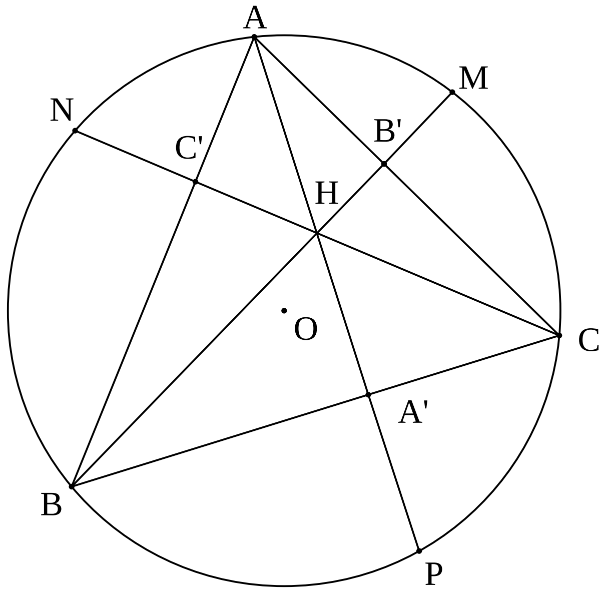
$$\Leftrightarrow (3y+x+1)(y-x+3)=7$$

Vì 7 là số nguyên tố nên ta có các trường hợp sau:

$$\begin{cases} 3y+x+1=7 \\ y-x+3=1 \end{cases};\ \begin{cases} 3y+x+1=-7 \\ y-x+3=-1 \end{cases};\ \begin{cases} 3y+x+1=1 \\ y-x+3=7 \end{cases}$$

Giải 3 hệ phương trình trên, ta được: (x; y) = (±3; 1), (1; -3), (7; -3).

Câu 5:



1. a) Kẻ BB’, CC’ cắt đường tròn tại M và N.

Ta có: $\widehat{C_1}=\widehat{B_1}=\widehat{C_2}=\widehat{B_2}$ nên AM = AN và HB’ = B’M, HC’ = C’N.

Suy ra: MN// B’C’.

Tam giác OMN cân tại O có OA là phân giác, cũng là đường cao hay OA $\perp$ MN.

Suy ra: OA $\perp$ B’C’.

b) Kẻ đường kính AP. Ta có tứ giác HBCP là hình bình hành.

Suy ra: $\widehat{B_3} = \widehat{C_3}$.

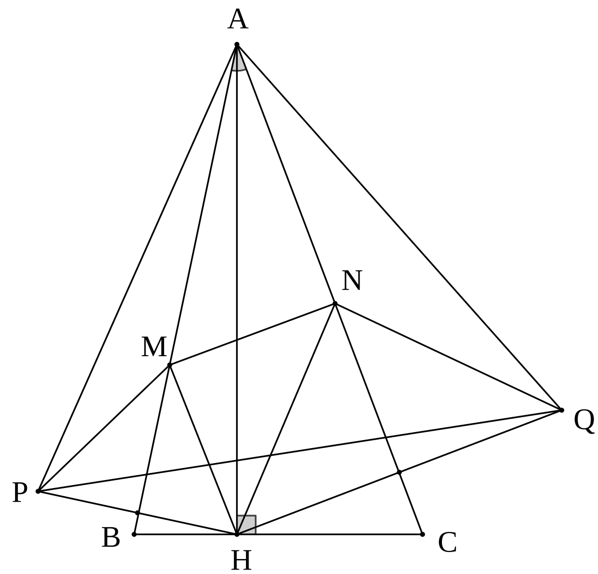
Do đó: ΔABP ∽ ΔBA'H

Suy ra: $\dfrac{AB}{BA'} = \dfrac{AP}{BH} = \dfrac{2R}{BH} \Leftrightarrow BA.BH = 2R.BA'$.

Tương tự, ta có: CA.CH = 2R.CA'.

Suy ra: BA.BH + CA.CH = 2R(BA' + CA') = 2R.BC không đổi.

2.



Gọi P, Q lần lượt là các điểm đối xứng của H qua AB, AC.

Ta có: AP = AQ = AH; $\widehat{PAQ} = 2\widehat{BAC} = 60^0$ nên ΔAPQ đều. Suy ra: PQ = AH.

Chu vi ΔHMN = HM + HN + MN = PM + MN + NQ ≥ PQ.

Dấu bằng xảy ra khi M, N lần lượt là các giao điểm của PQ với AB, AC.

Vậy chu vi tam giác đạt giá trị nhỏ nhất khi M, N lần lượt là các giao điểm của PQ với AB, AC, với P, Q được xác định như trên.

--- HẾT ----

ĐỀ SỐ 48

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: (1,5 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \dfrac{1}{\sqrt{y}} = 3 \\ (x+1)\sqrt{y} = 2\sqrt{x} \end{cases}$$

Câu 2: (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^4 + (1 - m)x^2 + 2m - 2 = 0$, (m là tham số)

1. Tìm các giá trị của m để phương trình trên có 4 nghiệm phân biệt.

2. Trong trường hợp phương trình có 4 nghiệm phân biệt là x_1, x_2, x_3, x_4. Hãy tìm các giá trị của m sao cho:

$$\frac{x_1x_2x_3}{2x_4} + \frac{x_1x_2x_4}{2x_3} + \frac{x_1x_3x_4}{2x_2} + \frac{x_2x_3x_4}{2x_1} = 2013$$

Câu 3: *(1,5điểm)*

1. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + y + z + \sqrt{xyz} = 4$.

Tính giá trị của biểu thức: $T = \sqrt{x(4-y)(4-z)} + \sqrt{y(4-z)(4-x)} + \sqrt{z(4-x)(4-y)} - \sqrt{xyz}$.

2. Cho số tự nhiên có 2 chữ số. Khi chia số đó cho tổng các chữ số của nó được thương là q dư r. Nếu đổi chỗ 2 chữ số của số đó cho tổng các chữ số của nó được thương 4q dư r. Tìm số đã cho.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

1. Cho đường tròn (O) đường kính BC. Lấy điểm A trên đường tròn sao cho AB>AC (A khác C).

Vẽ hình vuông ABDE (D và E cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa C). Gọi F là giao điểm thứ 2 của AD với đường tròn và K là giao điểm của CF với DE. Chứng minh KB là tiếp tuyến của đường tròn (O).

2. Cho tam giác ABC có BC = a, CA = b, AB = c. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Đường thẳng vuông góc với CI tại I cắt CA, CB theo thứ tự tại M, N. Chứng minh:

a) $AM.BN = IM^2 = IN^2$.

b) $\dfrac{IA^2}{BC} + \dfrac{IB^2}{AC} + \dfrac{IC^2}{AB} = 1$.

Câu 5: *(2,0 điểm)*

1. Cho 2 số dương a và b thỏa mãn điều kiện $a + b \le 2$. Chứng minh: $\dfrac{(a+1)^6}{b^5} + \dfrac{(b+1)^6}{a^5} \ge 128$.

2. Tìm số tự nhiên có 3 chữ số $n = \overline{abc}$ sao cho biểu thức $\dfrac{n}{a+b+c}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 49

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC QUẢNG NAM
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán chuyên
(Dành cho học sinh thi chuyên toán, chuyên tin)
Ngày thi: 06/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(1,5 điểm)*

Cho biểu thức A $\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ (Với $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$)

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tìm các giá trị nguyên của x để A nguyên.

Câu 2: *(2 điểm)*

a. Giải phương trình $3x^2-15=\sqrt{x^2+x+3}-3x$.

b. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2xy+x+2y=20 \\ \dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{x}=\dfrac{4}{3} \end{cases}$

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $2x – y – a^2 = 0$ và Parabol (P): $y = ax^2$ (a là tham số dương)

a) Tìm giá trị a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Chứng tỏ khi đó A và B nằm bên phải trục tung.

b) Gọi x_1 ; x_2 lần lượt là hoành độ của A và B. Tìm giá trị nhỏ nhất của $M=\dfrac{4}{x_1+x_2}+\dfrac{1}{x_1x_2}$

Câu 4: *(2,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC có góc đỉnh A là 45^0 . Nửa đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại E và F. Vẽ bán kính OM vuông góc với BC.

a) Chứng minh $EF=R\sqrt{2}$ (Với BC = 2R).

b) Chứng minh M là trực tâm tam giác AEF.

Câu 5: *(2,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), có AB < AC. Hạ các đường cao BE và CF, gọi H là trực tâm, M là giao điểm của EF và AH. Vẽ đường kính AK cắt cạnh BC tại N.

a) Chứng minh ΔAMF đồng dạng với tam giác ΔANC.

b) Chứng minh HI song song với MN, với I là trung điểm BC.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

Cho hai số x, y thỏa mãn: $xy\left(2013-\dfrac{xy}{2}\right)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{y^4}{4}-2014$.

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của tích xy.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC QUẢNG NAM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán chung
Ngày thi: 06/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(1,5 điểm)*

Cho hai biểu thức : $A = 2\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{18}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right).\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$ và x $x \neq 4$)

a. Rút gọn A và B.

b. Tìm giá trị x để $A.B = \sqrt{2}$.

Câu 2: *(1,5 điểm)*

a. Giải hệ phương trình (không dùng máy tính bỏ túi) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$.

b. Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thi (P). Hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là 2 và -1. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

Cho phương trình bậc hai: $x^2 + 2(m – 1)x + 2m – 6 = 0$.

a. Chứng tỏ rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 với mọi m.

b. Tìm tất cả các giá trị m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + x_1x_2 + 13 = 0$.

Câu 4: *(4,0 điểm)*

Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Trên đoạn AO lấy điểm C sao cho $AC = \frac{R}{4}$. Vẽ dây cung ED vuông góc với AO tại C. Hai tiếp tuyến tại E và B của đường tròn (O) cắt nhau tại M. Đường thẳng DM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K. Đường thẳng EK cắt MO , MB lần lượt tại G, H. Gọi I là giao điểm của OM và EB.

a. Chứng minh tứ giác OIEC nội tiếp.

b. Tính AE theo R.

c. Chứng minh HM^2 = HK. HE.

d. Tính MG theo R.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Cho a, b thỏa mãn điều kiện : $0 \leq a \leq 2$; $0 \leq b \leq 2$ và a + b = 3. Chứng minh $a^2 + b^2 \leq 5$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 50

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN BỈNH KHIÊM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(1,5 điểm)*

Cho biểu thức: $A=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để A nguyên.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $3x^2-15=\sqrt{x^2+x+3}-3x$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2xy+x+2y=20\\ \frac{1}{y}+\frac{2}{x}=\frac{4}{3}\end{cases}$

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $2x - y - a^2 = 0$ và parabol (P): $y = ax^2$ (a là tham số)

a) Tìm giá trị a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Chứng tỏ A và B nằm bên phải trục tung.

b) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức M = $\frac{4}{x_1+x_2}+\frac{1}{x_1x_2}$.

Câu 4: *(2,0 điểm)* Cho tam giác ABC nhọn có số đô góc đỉnh A là 45^0. Nửa đường tròn tâm O đường kính BC cắt cạnh AB và AC lần lượt tại E và F. Vẽ bán kính OM vuông góc với BC.

a) Chứng minh EF = $R\sqrt{2}$, (Biết: BC = 2R).

b) Chứng minh M là trực tâm của ΔAEF.

Câu 5: *(2,0 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), có AB < AC. Hạ các đường cao BE và CF, gọi H là trực tâm, M là giao điểm của EF và AH. Vẽ đường kính AK cắt cạnh BC tại N.

a) Chứng minh ΔAMF đồng dạng với tam giác ΔANC.

b) Chứng minh HI song song với MN, với I là trung điểm BC.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

Cho hai số x và y thỏa mãn $xy\left(2013-\frac{xy}{2}\right)=\frac{x^4}{4}+\frac{y^4}{4}-2014$.

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của tích xy.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 51.1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT – QUẢNG NGÃI NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chung)

Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Bài 1: (1,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{\frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+\frac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}+x^2+1}$, với $x \geq 0$.

2. Chứng minh khi giá trị của m thay đổi thì các đường thẳng $(m-1)x+(2m+1)y=4m+5$ luôn đi qua một điểm cố định. Tìm tọa độ điểm cố định đó.

Bài 2: (1,5 điểm)

1. Tìm số chính phương có 4 chữ số, biết rằng khi giảm mỗi chữ số một đơn vị thì số mới được tạo thành cũng là một số chính phương có 4 chữ số.

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + xy + y^2 = 3x + y - 1$

Bài 3: (2,5 điểm)

1. Tìm các giá trị của m để phương trình: $x^2+(m+2)x-m+1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $\left|\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right|=\frac{3}{10}$.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+1)\sqrt{x}=2\sqrt{y}\\(y+1)\sqrt{y}=2\sqrt{x}\end{cases}$.

3. Giải phương trình: $3(x^2-6)=8(\sqrt{x^3-1}-3)$.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, AB < AC và đường tròn (O; R) ngoại tiếp tam giác đó. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O; R) cắt đường thẳng BC tại điểm M. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC.

1. Chứng minh rằng: BC = 2RsinBAC.

2. Điểm N chuyển động trên cạnh BC (N khác B và C). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm N lên AB, AC. Xác định vị trí của điểm N để độ dài đoạn EF ngắn nhất.

3. Đặt BC = a, CA = b, AB = c. Tính độ dài đoạn thẳng MN theo a, b, c.

4. Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O; R) cắt đường thẳng MA lần lượt ở P và Q. Chứng minh rằng HA là tia phân giác của $\widehat{PHQ}$.

Bài 5: (1,0 điểm)

Trong tam giác đều có cạnh bằng 8, đặt 193 điểm phân biệt. Chứng minh tồn tại 2 điểm trong 193 điểm đã cho có khoảng cách không vượt quá $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 51.2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1:

1) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.\sqrt{\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}}$

2) Cho hai số x, y thỏa mãn: $x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 4y - 7 = 0$.
Tìm giá trị của x khi y đạt giá trị lớn nhất.

Câu 2:

1) Giải phương trình: $x^3 + 2 = 3\sqrt[3]{3x-2}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{7}{xy}-1 \\ x+y+xy=5 \end{cases}$

Câu 3:

1) Tìm các số tự nhiên n để $n^5 + n^4 + 1$ là số nguyên tố.

2) Đặt: $S_n = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + n(n+1)$ $(n \in N^*)$.
Chứng minh: $3(n+3)S_n + 1$ là số chính phương.

Câu 4:

Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Từ A kẻ đường thẳng d bất kỳ không đi qua điểm O và cắt (O) tại B, C (AB < AC). Các tiếp tuyến của (O) tại B và C cắt nhau tại D. Kẻ DH vuông góc AO tại H. DH cắt cung nhỏ BC tại M. Gọi I là giao điểm của DO và BC.
Chứng minh rằng:
1) Ngũ giác DBHOC và tứ giác DIHA nội tiếp.
2) AM là tiếp tuyến của (O).
3) HB. HC không đổi khi di quay quanh A.

Câu 5:

Trong một hình tròn diện tích 2012cm^2. Ta lấy 6037 điểm phân biệt sao cho 4 điểm bất kỳ trong chúng là các đỉnh của một đa giác lồi. Chứng minh rằng tồn tại 3 điểm trong 6037 điểm đã lấy là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích không vượt quá 0,5 cm^2.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN - QUÃNG NGÃI
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1) Ta có:

$$A=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.\sqrt{\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}\sqrt{\frac{\sqrt{15}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{15}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}\sqrt{\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=1$$

(vì $\sqrt{5}+\sqrt{3}>0$)

2) Phương trình được viết lại là: $x^2 - 2x(y + 1) + y^2 + 4y - 7 = 0$.

Ta có: $\Delta' = -2(y - 4)$

$\Rightarrow y \le 4$.

Suy ra: Giá trị lớn nhất của y là 4.

Thay lại vào phương trình, ta được: x = 5.

Câu 2:

1) Đặt: $\sqrt[3]{3x-2}=t$.

Khi đó, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}t^3+2=3x\\x^3+2=3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(t^3-x^3\right)=\left(x-t\right)\\x^3+2=3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(t-x\right)\left(t^2+tx+x^2\right)+\left(t-x\right)=0\\x^3+2=3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(t-x\right)\left(t^2+xt+x^2+1\right)=0\\x^3+2=3t\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\left(t-x\right)\\\left(t^2+xt+x^2+1\right)=0\end{array}\right.\\x^3+2=3t\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\begin{cases}t-x=0\\x^3+2=3t\end{cases} & (1)\\\begin{cases}\left(t^2+xt+x^2+1\right)=0\\x^3+2=3t\end{cases} & (2)\end{array}\right.$$

Xét hệ: $\begin{cases}t-x=0\\x^3+2=3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\x^3-3x+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\\left(x-1\right)^2\left(x+2\right)=0\end{cases}$

Hệ này có cặp nghiệm (x; t) là (1; 1), (-2; -2).

Thử lại bài toán, ta có nghiệm x thỏa mãn bài toán là x = 1, x = -2.

Xét hệ: $\begin{cases}t^2+xt+x^2=0\\x^3+2=3t\end{cases}$. Đặt t = yx.

Khi đó: Hệ $\begin{cases}x^2\left(y^2+y+1\right)=0\\x^3+2=3t\end{cases}$ có nghiệm (x; t) = (0; 0)

Thử lại không thỏa mãn.

2) $\begin{cases}\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{7}{xy}-1\\x+y+xy=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{\left(x+y\right)^2-2xy}{xy}=\dfrac{7}{xy}-1\\x+y+xy=5\end{cases}$

Đặt: S = x + y và P = xy, (điều kiện: $S^2 \ge 4P$)

Khi đó, hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}\dfrac{S^2-2P}{P}=\dfrac{7}{P}-1\\S+P=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{\left(5-P\right)^2-2P}{P}=\dfrac{7}{P}-1\\S=5-P\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{-P^2-11P+18}{P}=0\\S=5-P\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-P^2-11P+18=0\\S=5-P\end{cases}$$

Giải hệ trên, ta được nghiệm (S; P), suy ra nghiệm (x; y).

Câu 3:

1) Dễ thấy: $n^5 + n^4 + 1 \vdots n^2 + n + 1$

Do đó để $n^5 + n^4 + 1$ là số chính phương thì $n^2 + n + 1$ hoặc $n^5 + n^4 + 1 = n^2 + n + 1$.

Trường hợp 1:

$n^2 + n + 1 = 1 \Leftrightarrow n(n + 1) = 0 \Leftrightarrow n = 0$ $(n \in N)$

Thử lại sai.

Trường hợp 2:

$n^2 + n + 1 = n^5 + n^4 + 1$

$\Leftrightarrow n^5 - n^2 + n^4 - n = 0$

$\Leftrightarrow n(n^3 - 1)(n + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = 1 \end{array}\right.$$

Thử lại, thấy n = 1 thỏa mãn.

Vậy n = 1.

2) $S_n = 1.2 + 2.3 + ... + n(n + 1)$

$\Leftrightarrow 3S_n = 1.2.3 + 2.3.3 + ... + n(n + 1).3$

$\Leftrightarrow 3S_n = 1.2.(3 - 0) + 2.3.(4 - 1) + ... + n(n + 1).[(n + 2) - (n - 1)]$

$\Leftrightarrow 3S_n = 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + ... + n(n + 1)(n + 2) - (n - 1)n(n + 2)$

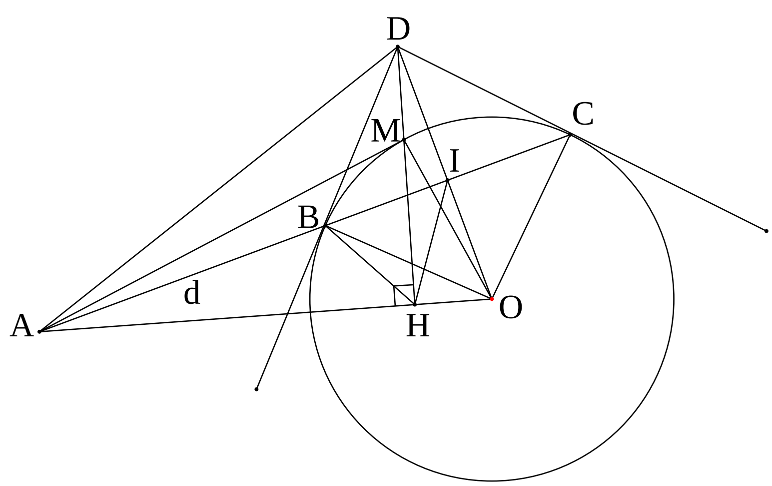
$\Leftrightarrow 3S_n = n(n + 1)(n + 2)$

$\Leftrightarrow 3(n + 3)S_n + 1 = n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1$

$\Leftrightarrow 3(n + 3)S_n + 1 = (n^2 + 3n)(n^2 + 3n + 2) + 1$

$\Leftrightarrow 3(n + 3)S_n + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$, là số chính phương vì $n \in N^*$.

Câu 4:



1)

Chứng minh ngũ giác DBHOC nội tiếp:

Vì BD là tiếp tuyến của (O) tại B nên $BD \perp OB \Rightarrow \widehat{DBO} = 90^0$.

Vì $DH \perp AO \Rightarrow \widehat{DHO} = 90^0$.

Suy ra: $\widehat{DBO}$ và $\widehat{DHO}$ cùng nhìn cạnh DO một góc bằng 90^0. Nên bốn điểm D, B, H, O cùng thuộc đường tròn đường kính DO. (1)

Mặt khác: DC là tiếp tuyến của (O) tại C nên $DC \perp CO \Rightarrow \widehat{DCO} = 90^0$.

Suy ra: Điểm C thuộc đường trong đường kính DO. (2)

Từ (1), (2), suy ra: Năm điểm D, B, H, O, C cùng nằm trên đường trong đường kính DO.

Vậy ngũ giác DBHOC nội tiếp đường tròn.

Chứng minh tứ giác DIHA nội tiếp:

Ta có:

DB = DC (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

OB = OC (bán kính)

Suy ra: DO là đường trung trực của đoạn thẳng BC.

$\Rightarrow$ DO $\perp$ BC tại I.

$\Rightarrow \widehat{AID} = 90^0$

Và $\widehat{DHO} = 90^0$

Suy ra: $\widehat{AID}$ và $\widehat{DHO}$ cùng nhìn cạnh AD một góc bằng 90^0. Nên bốn điểm D, I, H, D cùng thuộc đường tròn đường kính AD.

Vậy tứ giác DIHA nội tiếp đường tròn đường kính AD.

2) Tam giác BDO vuông có đường cao BI: $OB^2 = OI.OD \Rightarrow OM^2 = OI.OD$, (OM = OB = R)

Mà AHID là tứ giác nội tiếp nên OI.OD = OH.OA

Suy ra: $OH.OA = OM^2$.

Do đó tam giác OAM vuông tại M

Vậy AM là tiếp tuyến của (O).

3) Xét tam giác ABH và COH :

$\widehat{ABB} = \widehat{HOC}$ (BHOC là tứ giác nội tiếp)

$\widehat{OCH} = \widehat{HAB} = \left(\widehat{HDO}\right)$

Do đó $\Delta ABH \backsim \Delta COH \Rightarrow BH.HC = AH.AO = AM^2$ (không đổi)

Câu 5:

Bạn đọc tự giải!

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 52

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chung)
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Ngày thi: 14/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}\right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1}$, với $a > 0$, $a \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm các giát rị của a để $A < 0$.

Câu 2: *(1,0 điểm)*

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{2}{x+2} + \frac{1}{y-4} = \frac{7}{30} \\ \frac{5}{x+2} - \frac{2}{y-4} = \frac{2}{15} \end{cases}$$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

Một tổ sản xuất theo kế hoạch sẽ sản xuất 130 sản phẩm trong thời gian dự kiến. Nhờ tăng năng suất làm vượt mức mỗi ngày 2 sản phẩm nên đã hoàn thành sớm hơn 2 ngày và còn làm thêm được 2 sản phẩm. Tính thời gian dự kiến hoàn thành công việc của tổ sản xuất trên.

Câu 4: *(4,0 điểm)*

Cho đường tròn (O). Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại B, C (BC < AC). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua điểm O cắt đường tròn (O) tại D, E (AD < AE). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F.

1. Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.
2. Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O). Chứng minh DM vuông góc với AC.
3. Chứng minh: $CE.CF + AD.AE = AC^2$.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

So sánh giá trị của A và B, biết:

$$A = \frac{2013^{2014}+1}{2013^{2015}+1};\ B = \frac{2013^{2012}+1}{2013^{2013}+1}$$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN (CHUNG)
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:
1. Rút gọn:

$$A=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}\right):\frac{\sqrt{a}+1}{a-1}=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\frac{1}{a-\sqrt{a}}\right):\frac{1}{\sqrt{a}-1}$$

$$=\left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-1}\right).\left(\sqrt{a}-1\right)=\sqrt{a}-1,\ \left(a>0,\ a\neq 1\right)$$

2. Tìm a để A < 0:
Ta có: $A<0\Leftrightarrow\sqrt{a}-1<0\Leftrightarrow\sqrt{a}<1\Leftrightarrow 0<a<1,\ \left(a>0,\ a\neq 1\right)$

Câu 2: Điều kiện: $x \neq -2$, $y \neq 4$.

Đặt: $a=\frac{1}{x+2};b=\frac{1}{y-4}$. Biến đổi hệ phương trình:

$$\begin{cases}2a+b=\frac{7}{30}\\5a-2b=\frac{2}{15}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2b=\frac{7}{15}\\5a-2b=\frac{2}{15}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9a=\frac{9}{15}\\2a+b=\frac{7}{30}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{15}\\b=\frac{1}{10}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2=15\\y-4=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=13\\y=14\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm (x; y) = (13; 14).

Câu 3:
Gọi thời gian dự kiến hoàn thành công việc của tổ sản xuất là x, (x: ngày, x > 0).

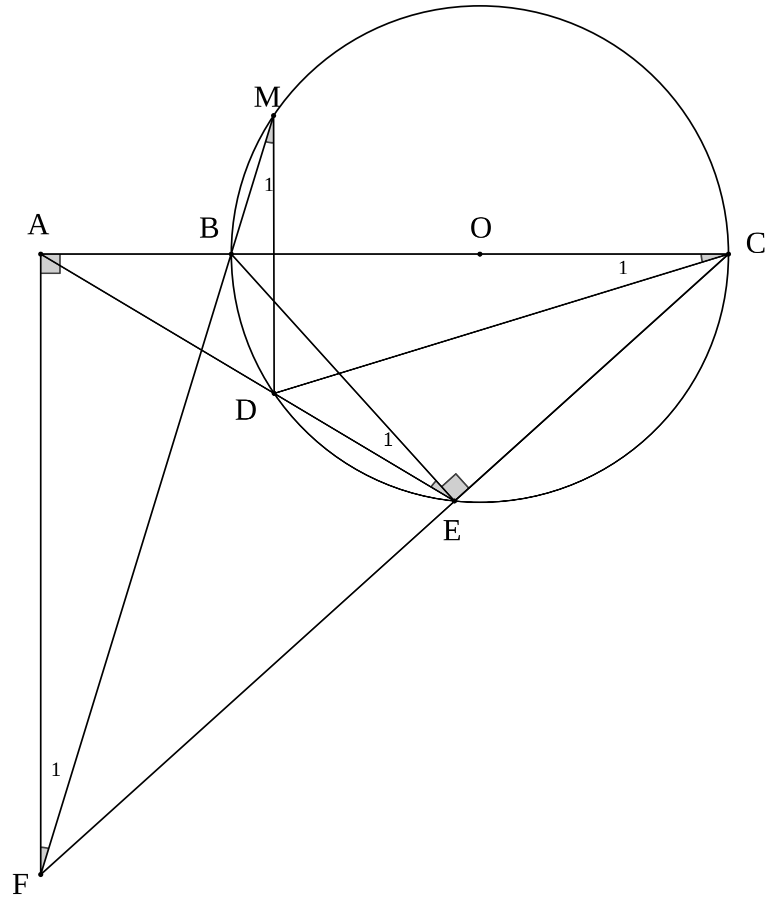
Số sản phẩm dự kiến làm trong một ngày là $\frac{130}{x}$ sản phẩm.

Số sản phẩm thực tế làm trong một ngày là $\frac{132}{x-2}$ sản phẩm.

Theo điều kiện bài toán, ta có phương trình: $\frac{132}{x-2}-\frac{130}{x}=2$ (1)

Giải ra, ta được: x = 13 (thỏa mãn).
Vậy thời gian dự kiến tổ sản xuất hoàn thành công việc là 13 ngày.

Câu 4:



1) Ta có: $\widehat{BEC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BEF} = 90^0$ (2 góc kề bù)

$\widehat{CAF} = 90^0$, do đó: $\widehat{BEF} + \widehat{CAF} = 180^0$.

Vậy tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.

2) Ta có: $\widehat{F_1} = \widehat{E_1} = \left(\dfrac{1}{2}\text{sd}\overset{\frown}{AB}\right)$, $\widehat{E_1} = \widehat{M_1} = \left(\dfrac{1}{2}\text{sd}\overset{\frown}{BD}\right) \Rightarrow \widehat{F_1} = \widehat{M_1} \Rightarrow AF//DM.$

Vì $AF \perp AC$ nên $DM \perp AC$.

2) Ta có:

$\widehat{CAF} = \widehat{CEB} = 90^0$,

$\widehat{ACF}$ là góc chung

Suy ra: $\Delta CEB \backsim \Delta CAF$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CB}{CF} \Leftrightarrow CE.CF = CA.CB \qquad (1)$

Tương tự,

$\widehat{E_1} = \widehat{C_1}$, $\widehat{CAD}$ là góc chung.

Suy ra: $\Delta ACD \backsim \Delta AEB$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AD}{AB} \Leftrightarrow AD.AE = AC.AB \qquad (2)$

Từ (1), (2) ta có: CE.CF + AD.AE = AC.BC + AC.AB

$\Leftrightarrow$ CE.CF + AD.AE = AC(BC + AB) = AC^2

Vậy CE.CF + AD.AE = AC^2.

Câu 5:

Đặt: a = 2013, (a > 0)

Ta có:

$$A = \frac{2013^{2014}+1}{2013^{2015}+1} = \frac{a^{2014}+1}{a^{2015}+1},\ B = \frac{2013^{2012}+1}{2013^{2013}+1} = \frac{a^{2012}+1}{a^{2013}+1}$$

Xét hiệu:

$$A - B = \frac{a^{2014}+1}{a^{2015}+1} - \frac{a^{2012}+1}{a^{2013}+1} = \frac{\left(a^{2014}+1\right)\left(a^{2013}+1\right)-\left(a^{2012}+1\right)\left(a^{2015}+1\right)}{\left(a^{2015}+1\right)\left(a^{2013}+1\right)}$$

$$= \frac{a^{4027}+a^{2014}+a^{2013}+1-a^{4027}-a^{2012}-a^{2015}-1}{\left(a^{2015}+1\right)\left(a^{2013}+1\right)} = \frac{a^{2014}+a^{2013}-a^{2015}-a^{2012}}{\left(a^{2015}+1\right)\left(a^{2012}+1\right)}$$

$$= \frac{a^{2012}\left(a^{2}+a-a^{3}-1\right)}{\left(a^{2015}+1\right)\left(a^{2012}+1\right)} = \frac{-a^{2012}\left(a+1\right)\left(a-1\right)^{2}}{\left(a^{2015}+1\right)\left(a^{2012}+1\right)} < 0,\ \left(a>0\right)$$

Do đó: A - B < 0.

Vậy A < B.

---- HẾT ----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chuyên)
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Ngày thi: 15/6/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1. Rút gọn biểu thức:

$$A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{x-1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1}\right)$$

2. Chứng minh: $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\frac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{48}}>3$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho a, b là hai số nguyên dương sao cho $\frac{a+1}{b}+\frac{b+1}{a}$ là một số nguyên dương.

Gọi d là ước của a, b. Chứng minh bất đẳng thức: $d\le\sqrt{a+b}$.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Cho hai số a, b > 0, a ≠ b. Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{2}>\frac{(a-b)^2}{4\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}>\sqrt{ab}$.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Một đường thẳng (Δ) thay đổi nhưng luôn đi qua điểm A cắt hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) tương ứng tại M và N. Giả sử (Δ) cắt đường tròn (O) tại E (E ≠ A và E thuộc cung lớn BC). Đường thẳng MC cắt BN tại F.

1. Chứng minh rằng tam giác ACN đồng dạng với tam giác MBA. Tam giác MBC đồng dạng với tam giác BCN.
2. Chứng minh tứ giác BMEF nội tiếp đường tròn.
3. Chứng minh đường thẳng EF luôn đi qua điểm cố định khi (Δ) thay đổi (luôn đi qua A).

Câu 5: *(1,5 điểm)*

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $3(x^2 + xy + y^2) = x + 8y$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN BÌNH ĐỊNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1. Rút gọn biểu thức: Điều kiện: $x \geq 0$, $x \neq 1$.

$$A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{x-1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1}\right)$$

$$A=\left(\frac{\sqrt{x}+1-2}{x-1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}\right)=\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}:\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{2}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}\right)$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}.\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

2. Chứng minh: $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\frac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{48}}>3$

Đặt:

$$A=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\frac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{48}}$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+...+\frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{49}}$$

Ta có: A > B.

Xét tổng: A + B

$$=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\frac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{48}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+...+\frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{49}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\frac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{48}}+\frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{49}}$$

$$=\sqrt{2}-\sqrt{1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{4}+\sqrt{6}-\sqrt{5}+...+\sqrt{48}-\sqrt{47}+\sqrt{49}-\sqrt{48}$$

$$=\sqrt{49}-\sqrt{1}=6$$

Vì A > B nên A + B < 2A $\Leftrightarrow$ 6 < 2A $\Leftrightarrow$ A > 3.

Vậy: $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\frac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{48}}>3$

Câu 2:

Đặt: $\frac{a+1}{b}+\frac{b+1}{a}=k\ \left(a,b\in N^*\right)\Leftrightarrow a^2+b^2+a+b=kab$ (1)

Vì d là ước nguyên dương của a và b nên a = xd, b = yd (a, d, x, y $\in N^*$)

Thay vào (1), ta có:

$x^2d^2 + y^2d^2 + (x + y)d = kxyd^2$

$\Leftrightarrow (x + y)d = kxyd^2 - (x^2 + y^2)d^2$

$\Leftrightarrow (x + y)d = (kxy - x^2 - y^2)d^2 \geq d^2$

(vì (x + y)d nguyên dương nên $kxy - x^2 - y^2$ nguyên dương)

Do đó: $a + b \geq d^2 \Leftrightarrow d \leq \sqrt{a+b}$

Câu 3:

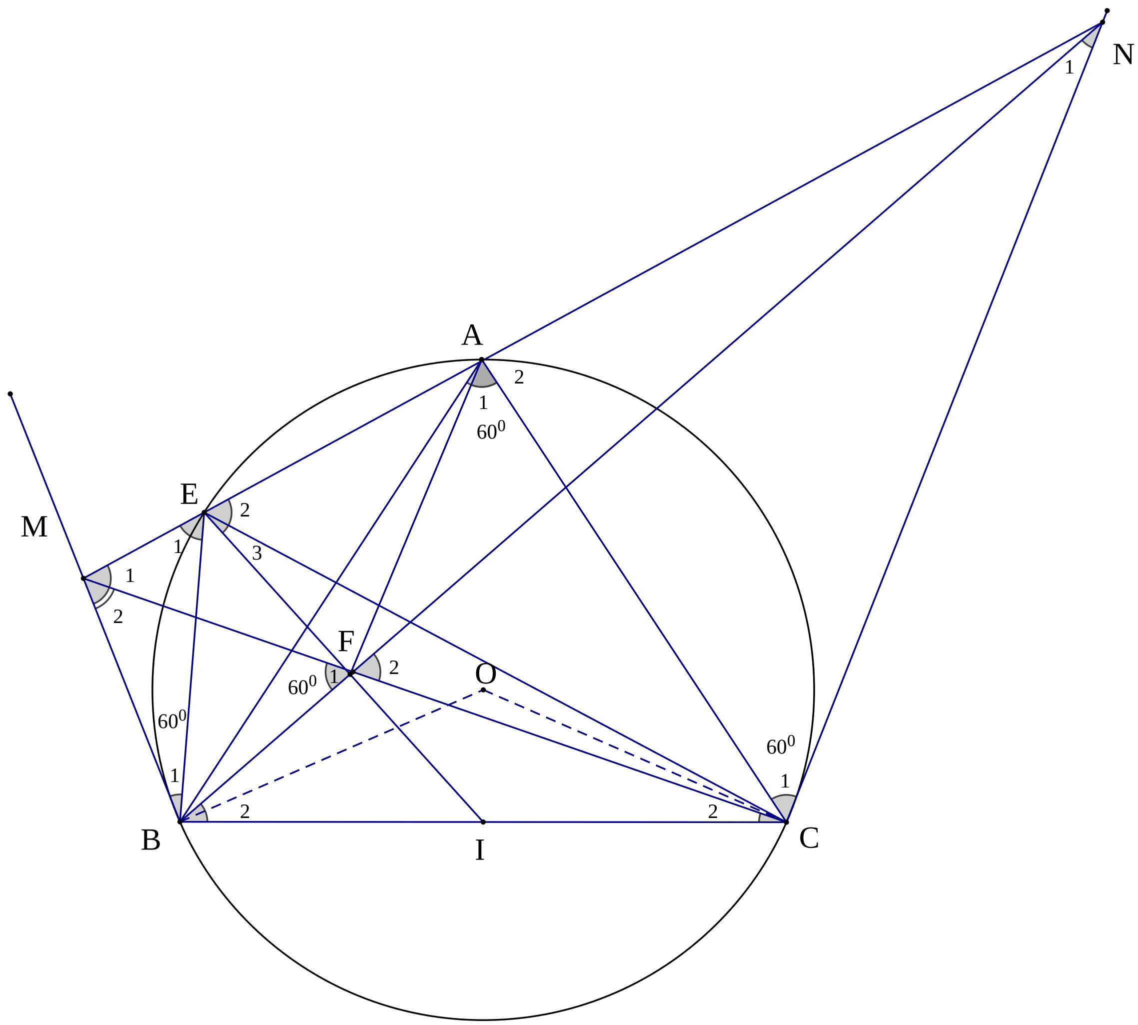
Ta có: $\frac{(a-b)^2}{4\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}{4}=\frac{a+b+2\sqrt{ab}}{4}$

$\dfrac{a+b+2\sqrt{ab}}{4}>\sqrt{ab}\Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab}>0\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}^{2}>0\right)$. Bất đẳng thức đúng với a, b > 0, a ≠ b.

$\dfrac{a+b+2\sqrt{ab}}{4}<\dfrac{a+b}{2}\Leftrightarrow 2\sqrt{ab}<a+b\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}^{2}>0\right)$. Bất đẳng thức đúng với a, b > 0, a ≠ b.

Vậy $\dfrac{a+b}{2}>\dfrac{(a-b)^2}{4\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}>\sqrt{ab}\ (a,b>0;\ a\neq b)$

Câu 4:



1. Ta có: $\widehat{B_1}=\widehat{C_1}\left(=\dfrac{1}{2}sđ\overset{\frown}{AB}=\dfrac{1}{2}sđ\overset{\frown}{AC}\right)=60^0$

$\Rightarrow\widehat{B_1}=\widehat{A_1}=60^0\Rightarrow MB//AC\Rightarrow\widehat{M_1}=\widehat{A_2}$ (đồng vị)

Do đó: $\Delta ACN\backsim\Delta MBA$ (g.g)

Suy ra: $\dfrac{MB}{AC}=\dfrac{BA}{CN}\Leftrightarrow\dfrac{MB}{BC}=\dfrac{BC}{CN}$

Mặt khác: $\widehat{MBC}=\widehat{BCN}\left(=120^0\right)$

Nên $\Delta MBC\backsim\Delta BCN$ (c.g.c).

2. Ta có: $\Delta MBC\backsim\Delta BCN\Rightarrow\widehat{M_2}=\widehat{B_2}$.

Vì $\widehat{B_2}+\widehat{MBF}=120^0$, nên $\widehat{M_2}+\widehat{MBF}=120^0$.

Từ đó trong tam giác BMF, ta có:

$\widehat{F_1} = 180^0 - \left(\widehat{M_2} + \widehat{BMF}\right) = 60^0$

Tứ giác AEBC nội tiếp nên $\widehat{E_1} = \widehat{ACB} = 60^0$ (cùng bù với $\widehat{AEB}$).

Do đó: $\widehat{F_1} = \widehat{E_1} = 60^0$.

Suy ra: Tứ giác BMEF nội tiếp.

3. EF cắt BC tại I.

Ta có: $\widehat{F_2} = \widehat{F_1} = 60^0$ (đối đỉnh), $\widehat{E_2} = \widehat{ABC} = 60^0$.

Suy ra: $\widehat{F_2} = \widehat{E_2} = 60^0$.

Do đó tứ giác EFCN nội tiếp.

Mặt khác, $\Delta MBC \backsim \Delta BCN \Rightarrow \widehat{C_2} = \widehat{N_1}$, tứ giác EFCN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{E_3} = \widehat{N_1}$.

Suy ra: $\widehat{E_3} = \widehat{C_2}$ và $\widehat{EIC}$ chung nên $\Delta IEC \backsim \Delta ICF$ (g.g).

$\Rightarrow IC^2 = IE.IF$ (1),

Chứng minh tương tự, ta có: $\Delta IBF \backsim \Delta IEB$ (gg.)

$\Rightarrow IB^2 = IE.IF$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: IB = IC.

Vậy khi đường thẳng (Δ) thay đổi nhưng vân đi qua A, thì EF luôn đi qua điểm cố định I là trung điểm của BC.

Câu 5:

Biến đổi phương trình:

(1) $\Leftrightarrow 3x^2 + 3xy + 3y^2 - x - 8y = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 + (3y - 1)x + (3y^2 - 8y) = 0$ (2)

Xem (2) là phương trình bậc hai theo ẩn x.

Ta có: $\Delta = (3y - 1)^2 - 12(3y^2 - 8y) = -27y^2 + 90y + 1 = 9y(-3y + 10) + 1$.

Nhận xét:

Nếu $y \geq 4$ hoặc $y \leq -1$ ($y \in Z$) thì $\Delta < 0$: Phương trình (2) vô nghiệm.

Do đó: $0 \leq y \leq 3$ ($y \in Z$).

Nếu y = 0 thì $\Delta = 1$, phương trình (2) $\Leftrightarrow 3x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$ (nhận), $x_2 = \frac{1}{3}$ (loại).

Nếu y = 1 thì $\Delta = 64$, phương trình (2) $\Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1$ (nhận), $x_2 = -\frac{5}{3}$ (loại).

Nếu y = 2 thì $\Delta = 73$ không phải là số chính phương nên phương trình (2) không có nghiệm nguyên.

Nếu y = 3 thì $\Delta = 28$ không phải là số chính phương nên phương trình (2) không có nghiệm nguyên.

Vậy phương trình có hai nghiệm nguyên là (x; y) = (0; 0), (1; 1).

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 53

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH PHÚ YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán chung
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(1,0 điểm)*

Cho biểu thức: $A=\sqrt{4-2\sqrt{3}}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}$.

Rút gọn biểu thức A. Từ đó, tính giá trị của biểu thức A^3.

Câu 2: *(1,5 điểm)*

Giải các phương trình sau:

a) $x^2-2\sqrt{2}x+2\sqrt{2}-1=0$

b) $2x^4 + 5x^2 - 12 = 0$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

a) Vẽ đồ thị các hàm số y = -x và y = -2x + 2 trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Gọi A là giao điểm của hai đồ thị trên. Hãy tìm tọa độ điểm A.

c) Vẽ qua điểm B(0; 2). Tìm tọa độ điểm C rồi tính diện tích giam giác ABC (đơn vi các trục tọa độ là cm)

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A lúc 7 giờ. Vào lúc 10 giờ 20 phút, một chiếc ca nô chạy từ bến sông A đuổi theo và gặp thuyền cách bến sông A là 25km. Hỏi vận tốc của thuyền, biết rằng ca nô chạy nhanh hơn thuyền 10km một giờ?

Câu 5: *(3,0 điểm)*

Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 1cm, nội tiếp trong đường tròn tâm O. Đường cao AD của tam giác ABC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là H.

a) Chứng minh rằng tứ giác BOCH là hình thoi.

b) Gọi E là giao điểm của CO với cạnh AB. Tiếp tuyến tại C của đường trong (O) cắt BH tại K. Chứng minh ba điểm K, D, E thẳng hàng.

c) Tính diện tích phần chung của hình tròn (O) và tứ giác ABKC.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^4 – 2x^2 – 3|x^2 – 1| = 9$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH PHÚ YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán chuyên
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Tìm các giá trị của m để một nghiệm của phương trình $2x^2 - 7x - 3m = 0$ gấp ba lần một nghiệm của phương trình $4x^2 - 8x - m = 0$ (m là tham số).

Câu 2: *(4,0 điểm)*

Giải phong trình: $x^2 + 2(2 - x)\sqrt{x - 1} - 3x + 2 = 0$.

Câu 3: *(4,0 điểm)*

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy - 3x - 2y = 6 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 53 \end{cases}$

Câu 4: *(4, 0 điểm)*

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$. Hãy tìm các giá trị m sao bết đẳng thức sau đúng:

$$3\sqrt{x_1x_2 - x_1 - x_2 + 2} - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2m^2 - 1} \geq 2$$

Câu 5: *(3,0 điểm)*

Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm hai đường chéo. Lấy E là điểm trên OC sao cho CE = 2OE và M là giao điểm của DE là BC. Trên đoạn thẳng DE lấy điểm F sao cho $\widehat{EFC} = \widehat{ODC}$. Chứng minh rằng:

a) ΔOMD đồng dạng với ΔFDC.

b) $\widehat{EFA} = 2\widehat{OBA}$

Câu 6: *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định. Một đường thẳng a tiếp xúc với (O) tại A. Gọi M (khác A, B) là điểm thuộc đường tròn (O). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M cắt a tại C. Gọi I là tâm đường tròn tiếp xúc với a tại C và đi qua M, giả sử CD là đường kính của đường tròn tâm I. Gọi J là giao điểm của OC và đường tròn (I).

Chứng minh rằng:

a) J là trung điểm của đoạn thẳng OC.

b) Đường thẳng đi qua D và vuông góc với BC luôn đi qua một điẻm của định khi M thay đổi trên đường tròn (O).

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN CHUNG
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH
NĂM HỌC: 2013 – 10014

Câu 1: Ta có:

$$A=\sqrt{3-2\sqrt{2}+1}+\sqrt{3+2\sqrt{2}+1}$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}$$
$$=\left(\sqrt{3}-1\right)+\left(\sqrt{3}+1\right)=2\sqrt{3}$$

Từ đó: $A^3=\left(2\sqrt{3}\right)^3=2^3.3\sqrt{3}=24\sqrt{3}.$

Câu 2:

a) Ta có: $\Delta' = \left(\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}+1=\left(\sqrt{2}-1\right)^2>0$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1=2\sqrt{2}-1;\ x_2=1$.
b) Đặt: $t = x^2$, $t \ge 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành: $2t^2 + 5t - 12 = 0$
$\Delta = 121 = 11^2 > 0$.

Suy ra: $t_1=\dfrac{3}{2};\ t=-4$ (loại)

Với $t_1=\dfrac{3}{2}\Rightarrow x^2=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

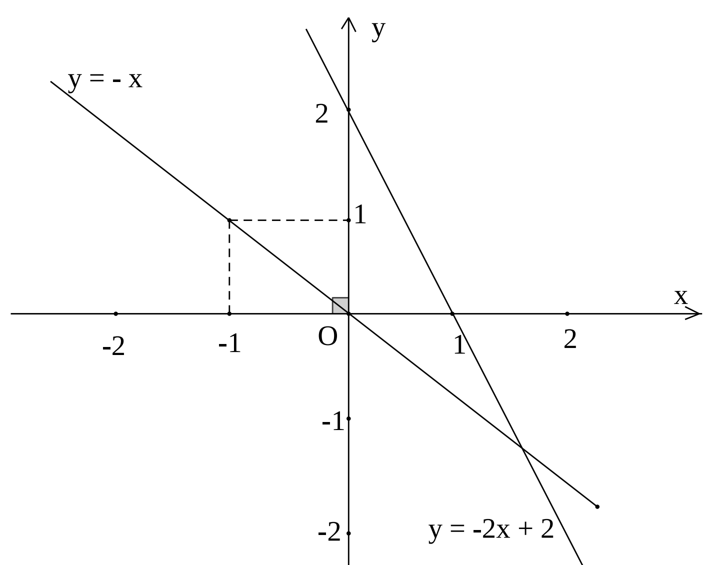
Vậy phương trình có nghiệm $x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 3:
a) Vẽ đồ thị hàm số y = -x và y = -2x + 2.
Bảng giá trị

x	0	-1
y = -x	0	1

x	0	1
y = -2x + 2	2	0

Vẽ đồ thị:



b) Ta có tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases} y=-x \\ y=-2x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x \\ -x=-2x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ x=2 \end{cases}$

Suy ra: A(2; -2)

c) Xác định tọa độ điểm C là tính S_{ABC}:

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases} y=-x \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$

Suy ra: C(-2; 2)

Qua A kẻ AH $\perp$ BC (H $\in$BC). Dựa vào đồ thị, ta có: AH = 4, BC = 2.

Do đó: $S_{ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.4.2=4\left(cm^2\right)$

Câu 4:

10h20 $\rightarrow$ 7h = 3h20 = $\frac{10}{3}$h.

Gọi x (km/h), x > 0 là vận tốc của thuyền.

Khi đó, vận tốc của ca nô là x + 10 (km/h)

Thời gian từ lúc thuyền khởi hành đến lúc gặp ca nô là $\frac{25}{x}$ (h);

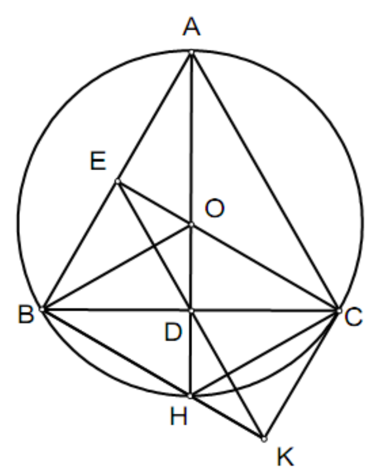
Thời gian từ lúc ca nô rời bến đến lúc gặp thuyền là $\frac{25}{x+10}$ (h).

Theo đề ra, ta có phương trình: $\frac{25}{x}=\frac{25}{x+10}+\frac{10}{3}\Leftrightarrow x^2+10x-75=0$

Giải phương trình, ta được: x = 5, x = -15 (loại)

Vậy vận tốc của thuyền là 5 km/h.

Câu 5:



a) Vì BO là đường cao nên BO $\perp$ AC, AH là đường kính đường tròn (O) nên $\widehat{ACH}=90^0\Leftrightarrow CH\perp AC$. Suy ra: BO // CH.

Tương tự: CO // HB. Do đó: OBHC là hình bình hành.

Hơn nữa: OB = OC (bán kính đường tròn).

Suy ra: BOCH là hình thoi.

b) Chứng minh K, D, E thẳng hàng.

Tứ giác ABKC có $\widehat{BEC}=\widehat{EBK}=90^0$ (theo a)

Lại có: $\widehat{KCB}=\widehat{BAC}=60^0$ (cùng chắn $\overset{\frown}{BC}$)

Và $\widehat{CBH}=\widehat{CAH}=30^0$ (cùng chắn $\overset{\frown}{HC}$)

$\widehat{CKB}=180^0-\left(\widehat{KCB}+\widehat{CBH}\right)=180^0-\left(60^0+30^0\right)=90^0$.

Suy ra: Tứ giác EBKC là hình chữ nhật.

Suy ra, hai đường chéo KE và BC giao nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Để ý rằng tứ giác BOCH là hình thoi (chứng minh trên) nên D là trung điểm của BC.

Suy ra: D $\in$ KE, nghĩa là K, D, E thẳng hàng.

c) Tính diện tích phần chung của tứ giác ABKC và (O).

Gọi S là diện tích cần tìm, S_1 là diện tích tứ giác ABHC, S_2 là diện tích hình quạt tròn OHC và S_3 là diện tích tam giác OHC.

ΔABC đều, suy ra: $AD=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow R=OH=\frac{2}{3}AD=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $AH=2R=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Vì AH $\perp$ BC, suy ra: $S_1 = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.\frac{2\sqrt{3}}{3}.1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\widehat{COH} = 2\widehat{CAH} = 60^0 \Rightarrow S_2 = \frac{60}{360}.R^2.\pi = \frac{\pi}{18}$

$S_3 = \frac{1}{2}.DC.OH = \frac{1}{2}.\frac{BC}{2}.OH = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{12}$

Vậy $S = S_1 + S_2 - S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{18}$ (cm^2)

Câu 6:

Tìm GTNN của biểu thức: P = $x^4 - 2x^2 - 3|x^2 - 1| - 9$

Ta có: P = $(x^4 - 2x^2 + 1) - 3|x^2 - 1| - 10 = (x^2 - 1) - 3|x^2 - 1| - 10$

$$= \left(\left|x^2 - 1\right| - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} \geq -\frac{49}{4}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\left|x^2 - 1\right| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

Vậy min(P) = $= -\frac{49}{4} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}$.

---- HẾT ----

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN CHUYÊN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH
NĂM HỌC 2013 – 10014

Câu 1:

Tìm các giá trị m để một nghiệm của phương trình: $2x^2 - 7x - 3m = 0$ (1) gấp ba lần một nghiệm của phương trình $4x^2 - 8x - m = 0$ (2)

Giả sử phương trình (2) có một nghiệm là a thì 3a là một nghiệm của phương trình (1).

Khi đó, ta có: $\begin{cases} 4a^2 - 8a - m = 0 \\ 2(3a)^2 - 7(3a) - 3m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4a^2 - 8a \\ 18a^2 - 21a - 3(4a^2 - 8) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4a^2 - 8a & (3) \\ 6a^2 + 3a = 0 & (4) \end{cases}$

Giải (4), ta được: a = 0 hoặc $a = -\frac{1}{2}$.

Với a = 0 suy ra: m = 0;

Với $a = -\frac{1}{2}$ suy ra: m = 5.

Vậy m = 0 hoặc m = 5 thì phương trình (1) có một nghiệm gấp ba lần một nghiệm phương trình (2).

Câu 2:

Điều kiện: $x \ge 1$, phương trình viết lại là:

$$\left(x - \sqrt{x-1}\right)^2 - 4\left(x - \sqrt{x-1}\right) + 3 = 0$$

Đặt: $t = x - \sqrt{x-1}$, phương trình trở thành: $t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$

Với t = 1, ta có: $x - \sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}\left(\sqrt{x-1} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-1} = 0 \\ \sqrt{x-1} - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Với t = 3, ta có: $x - \sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x-1}\right)^2 - \sqrt{x-1} - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-1} + 1\right)\left(\sqrt{x-1} - 2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: S = {1; 2; 5}.

Câu 3:

Ta có hệ phương trình tương đương

$$\begin{cases} 2xy - 6x - 4y = 12 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 53 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 - 8(x+y) - 65 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 53 & (2) \end{cases}$$

Giải (1), ta được: x + y = 13 hoặc x + y = -5.

Với $x + y = 13 \Leftrightarrow y = 13 - x$. Thế vào (2), ta được: $x^2 - 12x + 32 = 0$.

Giải ra, ta được: $x_1 = 8$, $x_2 = 4 \Rightarrow y_1 = 5$; $y_2 = 9$.

Ta có hai nghiệm đầu tiên: (8; 5), (4; 9).

Với $x + y = -5 \Leftrightarrow y = -x - 5$. Thế vào (2), ta được: $x^2 + 6x - 4 = 0$.

Giải ra, ta được:

$x_3 = -3 + \sqrt{13},\ x_4 = -3 - \sqrt{13} \Rightarrow y_3 = -2 - \sqrt{13},\ y_4 = -2 + \sqrt{13}$

Ta có hai nghiệm còn lại: $\left(-3 + \sqrt{13};\ -2 - \sqrt{13}\right),\ \left(-3 - \sqrt{13};\ -2 + \sqrt{13}\right)$

Vậy hệ phương trình có 4 cặp nghiệm (x; y) là

$$(8; 5), (4; 9), \left(-3 + \sqrt{13};\ -2 - \sqrt{13}\right),\ \left(-3 - \sqrt{13};\ -2 + \sqrt{13}\right)$$

Câu 4:

Tìm m để $3\sqrt{x_1x_2 - x_1 - x_2 + 2} - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 2m^2 - 4m - 1} \ge 2 \quad (1)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$.

Phương trình đã cho, có: $\Delta' = m^2 - m^2 + 1 = 1 > 0$ nên luôn có nghiệm $\forall m$.

Theo định lý Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$

Do đó, ta có phương trình (1), tương đương với:

$$3\sqrt{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 2} - \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2m^2 - 4m - 1} \ge 2$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{m^2 - 1 - 2m + 2} - \sqrt{4m^2 - 2m^2 + 2 + 2m^2 - 4m - 1} \ge 2$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{m^2 - 2m + 1} - \sqrt{4m^2 - 4m + 1} \ge 2$$

$$\Leftrightarrow 3|m - 1| - |2m - 1| \ge 2 \quad (2)$$

Với $m < \frac{1}{2}$ thì $(2) \Leftrightarrow -3(m-1) + (2m-1) \ge 2 \Leftrightarrow m \le 0$

Với $\frac{1}{2} \le m < 1$ thì $(2) \Leftrightarrow -3(m-1) - (2m-1) \ge 2$, không có m nào thỏa mãn.

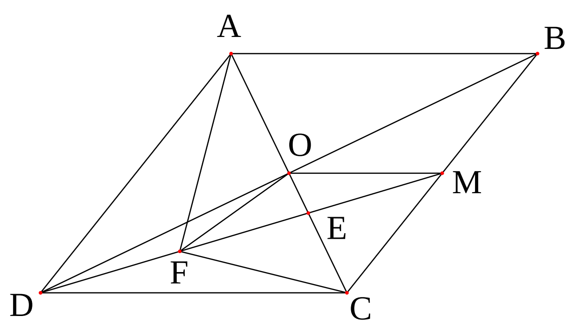
Với $m \ge 1$ thì $(2) \Leftrightarrow 3(m - 1) - (2m - 1) \ge 2 \Leftrightarrow m \ge 4$.

Vậy $m \le 0$ hoặc $m \ge 4$ là các giá trị cần tìm.

Câu 5:

a)

Vì OM là trung điểm của BD và CE = 2EO nên E là trọng tâm của ΔBCD và M là trung điểm BC, suy ra: OM // CD, do đó: $\widehat{OMD} = \widehat{FDC}$ (1)



Theo giả thiết: $\widehat{ODC} = \widehat{EFC}$ nên:

$\widehat{ODM} = \widehat{ODC} - \widehat{MDC} = \widehat{EFC} - \widehat{FDC} = \widehat{FCD}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra, $\Delta ODM \backsim \Delta FDC$.

b)

Tứ giác ABCD là hình thoi nên AD = CD, $OM = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}BC = MC$;

Và $\Delta FDC \backsim \Delta OMD \Rightarrow \frac{DC}{MD} = \frac{DF}{OM}$;

Do đó: $\frac{AD}{MD} = \frac{DC}{MD} = \frac{DF}{OM} = \frac{DF}{MC}$

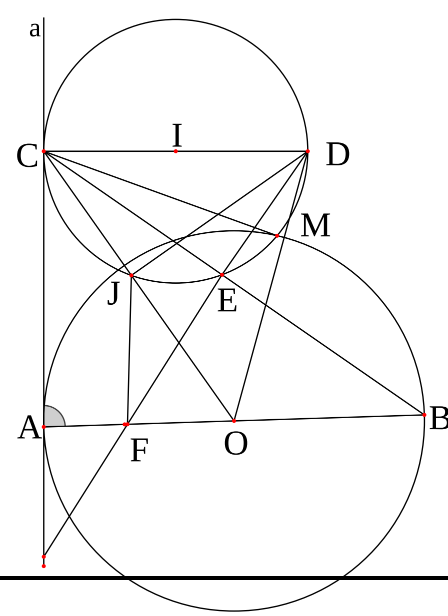
Hơn nữa: AD//CM nên $\widehat{FDA} = \widehat{CMD}$

Suy ra: $\Delta FDA \backsim \Delta CMD \Rightarrow \widehat{DFA} = \widehat{MCD}$.

Ta có:

$\widehat{EFA} = 180^0 - \widehat{DFA} = 180^0 - \widehat{MCD} = \widehat{ACD} = \widehat{ABC} = 2\widehat{OBA}$

Câu 6:



a)

Vì CM là tiếp tuyến của (O) và $M \in (I)$ nên $\widehat{CMD} = \widehat{CMO} = 90^0$ nên D, M, O thẳng hàng. Do CA và CM là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{DOC} = \widehat{AOC}$.

Mà $\widehat{AOC} = \widehat{DOC}$ (do AB // CD), suy ra: $\widehat{DOC} = \widehat{DCO}$, hay ΔDOC cân tại D. Kết hợp với DJ⊥OC $\left(\widehat{DJC} = 90^0\right)$.

Suy ra: DJ là trung tuyến của ΔDOC, do đó J là trung điểm của đoạn thẳng OC.

b)

Gọi F là trung điểm của Ao, E là giao điểm của DF và BC.

VÌ OJ = JC (cmt) nên JF là đường trung bình ΔAOC.

Do đó: JF ⊥AB và $\widehat{DJF} = \widehat{COB}$ (cùng bù $\widehat{JOF}$) (1)

Mặt khác: ΔDJO ∽ ΔJFO (g.g) nên $\frac{DJ}{JF} = \frac{JO}{FO} = \frac{CO}{AO} = \frac{CO}{OB}$ (2)

Kết hợp (1), (2), ta được: ΔDJF ∽ ΔCOB.

Do đó: $\widehat{JDE} = \widehat{JCE}$ nên tứ giác CDEJ nội tiếp đường tròn (I) và $\widehat{CED} = 90^0$ hay DF ⊥ BC.

Vậy khi M di động, đường thẳng D vuông góc với BC luôn đi qua F cố định, F là trung điểm của OA.

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 54

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KHÁNH HÒA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (không chuyên)
(Dành cho thí sinh đăng ký thi chuyên)
Ngày thi: 21/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm) (Không dùng máy tính cầm tay)*

1) Chứng minh: $\left(\sqrt{22}-3\sqrt{2}\right)\sqrt{10+3\sqrt{11}}=2$

2) Cho biểu thức: $P=\dfrac{a\left(\sqrt{a}-1\right)}{a-1}-\dfrac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}}$ với a > 0 và a ≠ 1.

Rút gọn rồi tính giá trị của O tại a = 2014^2.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

1) Tìm x biết: $3\sqrt{2x+3}-\sqrt{8x+12}=1+\sqrt{2}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x^2-4y^2+2\left(3x-2y\right)=-11\\ x^2-5y^2+2x-5y=-11\end{cases}$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y=-\dfrac{1}{4}x^2$.

1) Vẽ đồ thị (P).

2) Gọi M là điểm thuộc (P) có hoành độ x = 2. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm M đồng thời cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác OMA gấp đôi diện tích tam giác OMB.

Câu 4: *(4,0 điểm)*

Cho đường tròn (O; 3cm) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Gọi M là điểm tùy ý thuộc đoạn OC (M khác O và C). Tia BM cắt đường tròn (O) tại N.

1) Chứng minh AOMN là một tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh ND là phân giác của $\widehat{ANB}$.

3) Tính: $\sqrt{BM.BN}$.

4) Gọi Ẻ và F lần lượt là hai điểm thuộc các đường thẳng AC và AD sao cho M là trung điểm của EF. Nêu cách xác định các điểm E, F và chứng minh rằng tổng (AE + AF) không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 55

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH THUẬN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn thi: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Ngày thi: 23/6/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian phát đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^4 - 3x^2 + 2 - 2m = 0$. (1)

a) Giải phương trình (1) khi m = 3.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 2: *(2 điểm)*

Giải phương trình: $\sqrt{x-4} + \sqrt[3]{x+3} = 3$.

Câu 3: *(2 điểm)*

Cho số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 7. Chứng minh rằng hiệu các lập phương của hai chữ số của số đó chia hết cho 7.

Câu 4: *(2,5 điểm)*

Cho nửa đường tròn đường kính BC. Gọi A là một điểm trên nửa đường tròn sao cho AB < AC. Dựng về phía đối của tia AB hình vuông ACDE. AD cắt nửa đường tròn tại H; BH cắt DE tại K.

a) Chứng minh rằng: CK là tiếp tuyến của nửa đường tròn, đường kính BC.

b) Chứng minh rằng: AB = DK.

Câu 5: *(1,5 điểm)*

Cho ba điểm A, B, C cố định nằm trên đường thẳng d (B nằm giữa A và C). Một đường tròn (O) thay đổi luôn đi qua A và B. Gọi DE là đường kính của đường tròn (O) vuông góc với d. CD và CE cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N. Khi đường tròn (O) thay đổi thì hai điểm M và N di động trên đường cố định nào?

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN, NINH THUẬN

Câu 1:

1.a) Khi m = 3, phương trình (1) được viết lại là: $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.
Đặt: $t = x^2 \geq 0$, phương trình trở thành: $t^2 - 3t - 4 = 0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \quad (\text{loại}) \\ t = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

1.b) Đặt: $t = x^2 \geq 0$, phương trình trở thành: $t^2 - 3t + 2 - 2m = 0$ (2)
Để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt thì phương trình (2) phải có hai nghiệm dương phân biệt.
Gọi S, P lần lượt là tổng và tích hai nghiệm của phương trình.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9 - 4(2 - 2m) > 0 \\ S = 3 > 0 \\ P = 2 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 8m > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{8} < m < 1.$$

Câu 2:

Điều kiện: $x \geq 4$.

Đặt: $\begin{cases} u = \sqrt{x-4} \geq 0 \\ v = \sqrt[3]{x+3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 = x - 4 \\ v^3 = x + 3 \end{cases} \Rightarrow x^3 - u^2 - 7 = 0$ (1)

Phương trình đã cho trở thành: u + v = 3. (2)
Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u + v = 3 \\ v^3 - u^2 - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 - v \\ v^3 - v^2 + 6v - 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 - v \\ (v-2)(v^2 + v + 8) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 - v \\ \left[\begin{array}{l} v - 2 = 0 \\ v^2 + v + 8 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

(Vì phương trình: $x^2 + x + 8 = 0$ vô nghiệm)
Thử lại: x = 5 thỏa mãn.
Vậy x = 5 là nghiệm của phương trình.

Câu 3:

Gọi số tự nhiên cần tìm là: $\overline{ab},\ (1 \leq a \leq 9,\ 0 \leq b \leq 9)$.

Ta có:

$\overline{ab} = 10 + b = 7a + 3a + b \vdots 7 \Rightarrow 3a + b \vdots 7$

Hay

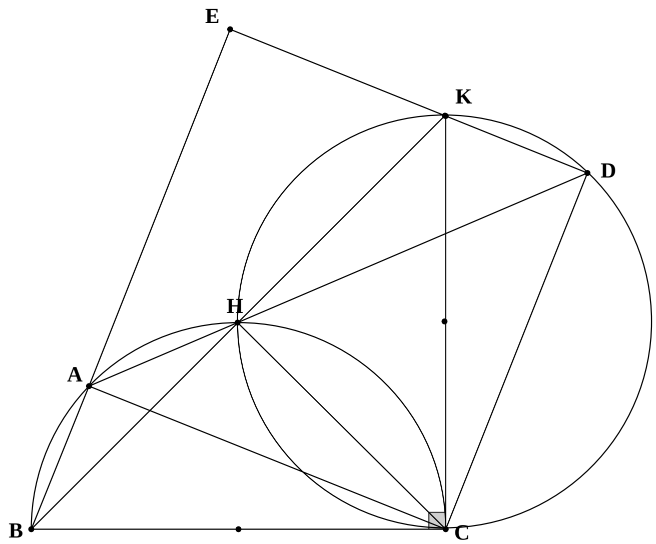
$3a + b = 7k,\ (k \in N^*)$

Suy ra: b = 7k - 3a.
Ta lại có:
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
và
$a^2 + ab + b^2 = a^2 + a(7k - 3a) + (7k - 3a)^2 = 49k^2 - 35ka + 7a^2 = 7(7k^2 - 5ka + a^2) \vdots 7$

$\Rightarrow (a^3 - b^3) \vdots 7$ (điều phải chứng minh).

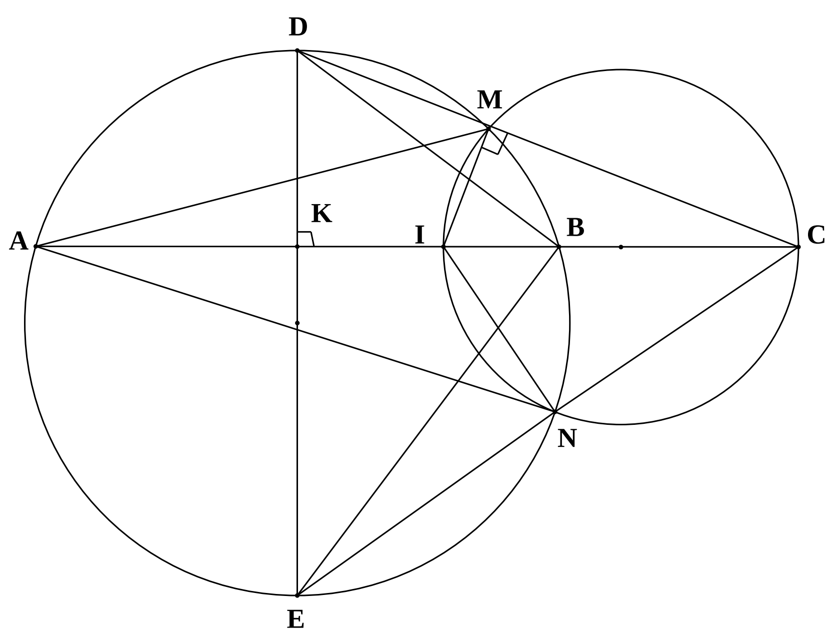
Câu 4:

4.a)



Ta có: H, D cùng nhìn CK bằng một góc vuông nên CDKH nội tiếp.
Suy ra: $\widehat{HKC} = \widehat{HDC} = 45^0$ (góc nội tiếp cùng chắn cung HC)
và $\widehat{HBC} = \widehat{HAC} = 45^0$ nên ΔHBC vuông cân tại H.
Suy ra: ΔBCK có $\widehat{HKC} = \widehat{HBC} = 45^0$ nên vuông cân tại C.
Do đó: CK ⊥ BC tại C.
Vậy CK là tiếp tuyến tại C của đường tròn đường kính BC.
4.b)
Xét hai tam giác vuông ΔABC và ΔDKC, có:
AC = CD,
$\widehat{ABC} = \widehat{DKC}$ (hai góc nhọn có cặp cạnh tương ứng vuông góc)
ΔABC = ΔDKC.
Vậy AB = DK.

Câu 5:



Gọi K là trung điểm AB. Suy ra: K thuộc DE.
Kẻ đường thẳng qua M, vuông góc với CD, cắt tia CA tại I.
Ta chứng minh I cố định:
Thật vậy:
ΔCMI ∽ ΔCKD (g - g)
$\Rightarrow \dfrac{CM}{CK} = \dfrac{CI}{CD} \Rightarrow CM.CD = CK.CI$ (1)
ΔCMA ∽ ΔCBD (g - g)
$\Rightarrow \dfrac{CM}{CB} = \dfrac{CA}{CD} \Rightarrow CM.CD = CA.CB$ (2)
Từ (1) và (2), suy ra:
CK.CI = CA.CB $\Rightarrow CI = \dfrac{CA.CB}{CK}$
không đổi nên I cố định.
Mà M nhìn cạnh CI bằng một góc vuông nên M thuộc đường tròn đường kính CI cố định.
Ta tiếp tục chứng minh N thuộc đường tròn đường kính CI trên.

Ta có:

$\Delta CNA \backsim \Delta CBE \Rightarrow \frac{CN}{CB} = \frac{CA}{CE} \Rightarrow CN.CE = CA.CB$ (3)

$\Delta CNI \backsim \Delta CKE \Rightarrow \frac{CN}{CK} = \frac{CI}{CE} \Rightarrow CN.CE = CK.CI$ (4)

Từ (3) và (4), suy ra: CK.CI = CA.CB $\Rightarrow CI = \frac{CA.CB}{CK}$ không đổi nên I cố định.

Mà N nhìn cạnh CI bằng một góc vuông nên N thuộc đường tròn đường kính CI cố định.

Vậy, khi đường tròn (O) thay đổi thì hai điểm M và N di động trên đường tròn đường kính $CI = \frac{CA.CB}{CK}$.

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 56.1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH THUẬN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (hệ số 1)
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số: $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P)

1. Vẽ đồ thị (P)

2. Cho điểm M tùy ý thuộc (P) và điểm $A\left(0;\ \frac{1}{2}\right)$. Chứng minh rằng khoảng cách từ M đến đường thẳng (d): $y = -\frac{1}{2}$ bằng độ dài đoạn MA.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: A $\sqrt{\frac{\left(x^2-3\right)^2+12x^2}{x^2}}+\sqrt{\left(x+2\right)^2-8x}$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm x khi A = 5.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$ (m là tham số)
1. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
2. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm m để $|x_1 - x_2| = 4$.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) vẽ tiếp tuyến AB và AC đến (O), (B, C là tiếp điểm). Vẽ đường thẳng qua C và vuông góc với AB tại H, CH cắt (O) tại E và cắt OA tại D.
1. Chứng minh tam giác OCD cân.
2. Gọi M là trung điểm của đoạn CE, OM cắt AC tại K. Chứng minh:
   a. BM đi qua trung điểm của OH.
   b. Tứ giác OEKC nội tiếp.
3. Khi OA = 2R. Tính theo R phần diện tích tứ giác OBAC nằm ngoài (O).

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

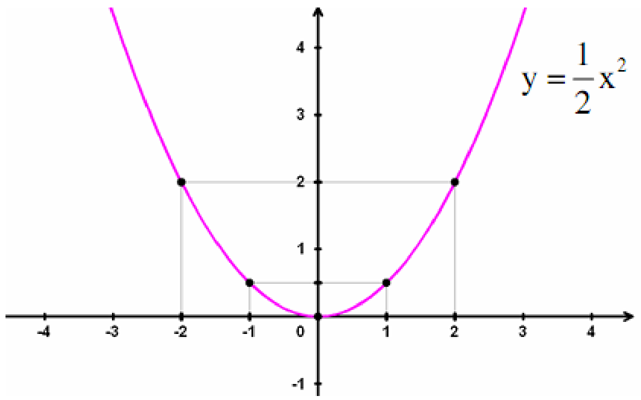
ĐÁP ÁN MÔN TOÁN ĐỀ THI VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO

Câu 1:

1) Bản giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=\frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

Đồ thị:



$M \in (P) \Rightarrow M\left(a;\ \frac{1}{2}a^2\right)$, (d): $-\frac{1}{2}$ song song với Ox.

Gọi MH là khoảng cách từ M đến (d).

Suy ra: $H\left(a;\ -\frac{1}{2}\right)$

Vậy MA = MH = $\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2},\ \forall a$

Câu 2:

1)

$$A=\sqrt{\frac{x^4+6x^2+9}{x^2}}+\sqrt{x^2-4x+4},\ (x\neq 0)$$

$$=\sqrt{\frac{\left(x^2+3\right)^2}{x^2}}+\sqrt{(x-2)^2}$$

$$=\frac{x^2+3}{|x|}+|x-2|$$

2) $x\neq 0,\ A=5 \Leftrightarrow \frac{x^2+3}{|x|}+|x-2|=5$

$\Leftrightarrow x^2+3+|x-2||x|=5|x| \qquad (1)$

x		0		2	
$\|x\|$	-x		x		x
$\|x - 2\|$	-x+2		-x + 2		x - 2

x < 0, (1) trở thành: $2x^2 + 3x + 3 = 0$ (vô nghiệm)

0 < x < 2, (1) trở thành: $8x + 3 = 0 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{8}$ (loại)

$x \geq 2$, (1) trở thành: $2x^2 - 7x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{2}\ (\text{loại}) \end{array}\right.$

$A = 5 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 3:

1) $\Delta' = m^2 - 3m + 3 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0,\ \forall m$

2)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1.x_2 = m-2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| = 4 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \\ &\Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 4(m-2) = 16 \\ &\Leftrightarrow m^2 - 3m - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow m = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

Câu 4:

1)

$\left.\begin{array}{l} OB \perp AB \\ CH \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow OB // CH \Rightarrow \widehat{BOD} = \widehat{CDO}$

(so le trong)

$\widehat{CDO} = \widehat{BOD}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau.

$\Rightarrow \widehat{CDO} = \widehat{COD} \Rightarrow \Delta COD$ cân tại C.

2) a) $MC = MD \Rightarrow OK \perp CD$

$\widehat{OMH} = \widehat{OBH} = \widehat{BHN} = 90^0$

$\Rightarrow$ OBHM là hình chữ nhật.

$\Rightarrow$ BM đi qua trung điểm của OH.

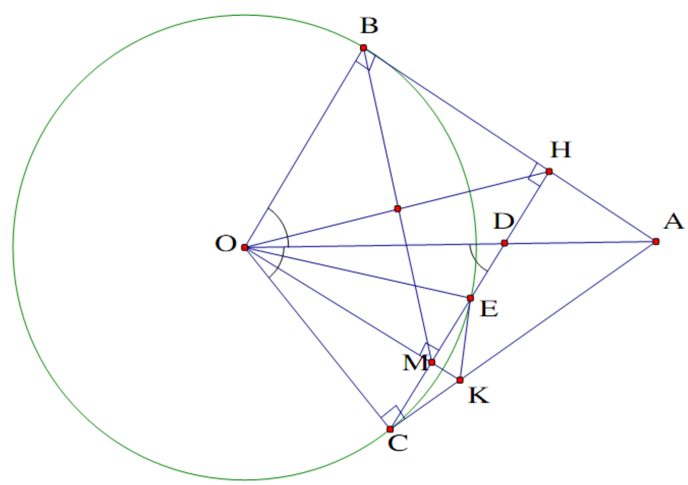
b) $\left.\begin{array}{l} CM = MD \\ OK \perp CD \end{array}\right\} \Rightarrow$ OK là trung trực của CD.

$\Rightarrow KC = KD; OC = OD$

$\Rightarrow \Delta OCK = \Delta ODK \Rightarrow \widehat{OCK} = \widehat{ODK} = 90^0$

$\Rightarrow$ OEKC nội tiếp.

3) $S = \frac{R^2\left(3\sqrt{3} - \pi\right)}{3}$



ĐỀ SỐ 56.2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH THUẬN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (hệ số 2)
(Dành cho học sinh thi chuyên tin)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = (m - 2)x + 3$ (với $m \neq 2$)

Gọi A, B là giao điểm của (d) với hai trục tọa độ. Tìm m để:

1) Diện tích tam giác OAB bằng 3 (đvdt)

2) Khoảng cách từ O đến (d) bằng 1.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

1) Rút gọn: $A = \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{10}} + ... + \frac{1}{\sqrt{2014}+\sqrt{2016}}$

2) Chứng minh tổng $B = 1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{2015}$ chia hết cho 15.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 45$.

2) Tính diện tích tam giác vuông. Biết chu vi 24cm và hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 2cm.

Câu 4: *(4,0 điểm)*

Cho đường thẳng (O; R) đường kính AC. Trên bán kính OA lấy điểm B tùy ý (B khác O và A). Vẽ đường tròn (N) tâm N đường kính AB. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Qua M vẽ dây cung DE vuông góc với BC, AD cắt (N) tại I.

1) Chứng minh:

a) Tứ giác BMDI nội tiếp.

b) Ba điểm I, B, E thẳng hàng.

c) MI là tiếp tuyến của (N).

2) Đường tròn tâm D bán kính DM cắt (O) tại P và Q. Chứng minh PQ qua trung điểm của đoạn MD.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO

Câu 1:

1)

A là giao điểm của (d) với Ox: $A\left(\frac{3}{2-m};0\right)$

B là giao điểm của (d) với Oy: B(0; 3)

Suy ra: OB = 3; $OA=\frac{3}{|2-m|}$

ΔOAB vuông tại O $\Rightarrow S_{OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.\frac{3}{|2-m|}.3=\frac{9}{2.|2-m|}$

$$S_{OAB}=3\Leftrightarrow\frac{9}{2|2-m|}=3\Leftrightarrow|2-m|=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{1}{2}\\m=\frac{7}{2}\end{array}\right.\text{ thỏa mãn }(m\neq2)$$

2) $AB=\sqrt{\left(\frac{3}{|2-m|}\right)^2+3^2}=\frac{3}{|2-m|}\sqrt{m^2-4m+5}$

ΔOAB vuông tại O, đường cao OI.

$\Rightarrow$ OI.AB = OA.OB

$OI=1\Rightarrow\frac{3}{|2-m|}\sqrt{m^2-4m+5}=\frac{3}{|2-m|}.3$

$\Leftrightarrow\sqrt{m^2-4m+5}=3$

$\Leftrightarrow m^2-4m+5=9$

$\Leftrightarrow m^2-4m-4=0$

$\Leftrightarrow m=2\pm2\sqrt{2}$ (thỏa mãn $m\neq2$)

Câu 2:

1) $\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}=\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}{\left(\sqrt{n+2}\right)^2-\left(\sqrt{n}\right)^2}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right);\ \forall n>0$

Áp dụng kết quả trên với n = 4; 6; 8; 2014, ta được:

$$A=\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{8}}+\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{10}}+...+\frac{1}{\sqrt{2014}+\sqrt{2016}}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sqrt{6}-\sqrt{4}\right)+\frac{1}{2}\left(\sqrt{8}-\sqrt{6}\right)+\frac{1}{2}\left(\sqrt{10}-\sqrt{8}\right)+...+\frac{1}{2}\left(\sqrt{2016}-\sqrt{2014}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sqrt{2016}-\sqrt{4}\right)=\frac{1}{2}\left(4\sqrt{126}-2\right)=2\sqrt{126}-1$$

2)

$$B = 1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{2015}$$
$$= \left(1 + 2 + 2^2 + 2^3\right) + \left(2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7\right) + ... + \left(2^{2012} + 2^{2013} + 2^{2014} + 2^{2015}\right)$$
$$= \left(1 + 2 + 2^2 + 2^3\right) + 2^4\left(1 + 2 + 2^2 + 2^3\right) + ... + 2^{2012}\left(1 + 2 + 2^2 + 2^3\right)$$
$$= 15 + 15.2^4 + ... + 15.2^{2012}$$
$$= 15\left(1 + 2^4 + ... + 2^{2012}\right) \vdots 15$$

Câu 3:

1) (x + 1)(x + 2)(x + 3)x + 4) = 45

$\Leftrightarrow \left(x^2 + 5x + 4\right)\left(x^2 + 5x + 6\right) = 45$

Đặt: $t = x^2 + 5x + 5, \left(t \geq \frac{-5}{4}\right)$, ta có:

Khi đó phương trình trở thành:

$\left(t - 1\right)\left(t + 1\right) = 45 \Leftrightarrow t^2 = 44 \Leftrightarrow t = \pm 2\sqrt{11}$

Chọn $t = 2\sqrt{11} \Rightarrow x^2 + 5x + 5 - 2\sqrt{11} = 0$

$\Delta = 25 - 20 + 8\sqrt{11} = 5 + 8\sqrt{11}$

Suy ra: $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5 + 8\sqrt{11}}}{2}$

2) Gọi x (cm) là cạnh góc vuông nhỏ (x > 0)

Cạnh góc vuông kia là x + 2 (cM)

Cạnh huyền là $\sqrt{\left(x + 2\right)^2 + x^2} = \sqrt{2x^2 + 4x + 4}$ (cm)

Vì chu vi tam giác bằng 24 cm nên:

$$\sqrt{2x^2 + 4x + 4} + \left(x + 2\right) + x = 24 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 4x + 4} = 22 - 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 22 - 2x \geq 0 \\ 2x^2 + 4x + 4 = \left(22 - 2x\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 11 \\ x^2 - 46x + 240 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 11 \\ \left[\begin{array}{l} x = 40 \\ x = 6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$$

Vậy diện tích tam giác bằng là $\frac{1}{2}.6.8 = 24 \ \left(cm^2\right)$

Câu 4:

1a) $\widehat{AIB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB)

$\Rightarrow \widehat{BID} = 90^0; \widehat{BMD} = 90^0 \ \left(MD \perp BC\right)$

Tứ giác BMDI nội tiếp.

1b)

DE $\perp$ BC $\Rightarrow$ DM = ME

BM = MC

Suy ra: Tứ giác BDCE là hình thoi $\Rightarrow$ BE//CD.

$\widehat{ADC} = 90^0 \Rightarrow AD \perp CD$

$\widehat{AIB} = 90^0 \Rightarrow AD \perp BI$

$\Rightarrow BI // CD$

$\Rightarrow$ Ba điểm I, B, E thẳng hàng.

1c) ΔIDE vuông tại I có IM là đường trung tuyến (vì M là trung điểm của DE)

$\Rightarrow$ MI = ME.

$\Rightarrow$ ΔMIE cân tại M $\Rightarrow$ $\widehat{MIE} = \widehat{MEI}$

ΔNIA cân tại N (vì NA và NI cùng là bán kính)

$\Rightarrow$ $\widehat{NAI} = \widehat{NIA}$ mà $\widehat{NAI} = \widehat{BID}$ (cùng phụ với góc ADE).

$\Rightarrow$ $\widehat{NIA} = \widehat{MIE} \Rightarrow \widehat{NIE} + \widehat{MIE} = \widehat{NIA} + \widehat{NIE} = 90^0$

2) Gọi K là giao điểm của DE với PQ

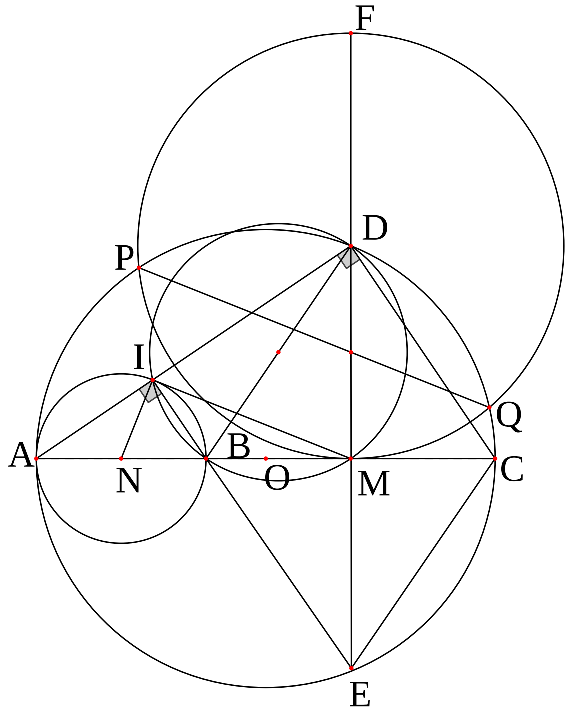
Kẻ đường kính MF của (D) $\Rightarrow$ DF = DM = ME.

ΔKDP $\backsim$ ΔKQE $\Rightarrow$ KD.KE = KQ.KP

$\Rightarrow$ KD.KE = KM.KF $\Rightarrow \dfrac{KD}{KM} = \dfrac{KF}{KE}$

$$\Rightarrow \frac{KD}{KM} = \frac{KF - KD}{KE - KM} = \frac{DF}{ME} = 1 \Rightarrow (KD = KM)$$

$\Rightarrow$ PQ đi qua trung điểm của đoạn MD.



--- HẾT ----

ĐỀ SỐ 57

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THĂNG LONG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán chuyên
Ngày thi: 21/6/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.

Câu 1: *(2,0 điểm)* Rút gọn: $A=\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

Câu 2: *(2,0 điểm)* Cho α là góc nhọn. Chứng minh: $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha + 3\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 1$.

Câu 3: *(2,0 điểm)* Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)^2-6(x+y)=-8\\ x-y=6\end{cases}$

Câu 4: *(2,0 điểm)* Giải phương trình: $\sqrt{x^2+2\sqrt{3}x+3}+2x=4\sqrt{3}$.

Câu 5: *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC, lấy điểm M nằm giữa B và C, lấy điểm N nằm giữa A và M. Biết diện tích tam giác ABM và diện tích tam giác NBC đều bằng $10m^2$, diện tích tam giác ANC là $9m^2$. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 6: *(1,5 điểm)* Trên mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên hai trục tọa độ bằng nhau) cho A(6; 0), B(3; 0), C(0; -4), D(0; -8). Đường thẳng AC cắt đường thẳng BD tại M. Tính độ dài đoạn thẳng OM.

Câu 7: *(1,5 điểm)* Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 3(m + 1)x - m^2 - 15 = 0$ (x là ẩn số, m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$2x_1 - x_2 = -12.$$

Câu 8: *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Trên tia đối của tia AC lấy điểm D và trên tia đối của tia BC lấy điểm E sao cho AD = BE. Chứng minh tứ giác DAOE nội tiếp.

Câu 9: *(1,5 điểm)* Tìm giá trị nhỏ nhất của $M=x-2\sqrt{x-5}$.

Câu 10: *(1,5 điểm)* Tìm số tự nhiên n để n + 4 và n + 11 đều là số chính phương.

Câu 11: *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC cân tại A, lấy điểm D nằm giữa B và C, lấy điểm E nằm giữa A và B, lấy điểm F nằm giữa A và C sao cho $\widehat{EDF}=\widehat{B}$. Chứng minh: $BE.CF\le\frac{BC^2}{4}$.

Câu 12: *(1,5 điểm)* Cho đường tròn tâm O đường kính AB, M là một điểm nằm trên đường tròn (M khác A và B), kẻ MH vuông góc với AB tại H. Đường tròn tâm M bán kính MH cắt (O) tại C và D. Đoạn thẳng CD cắt MH tại I. Chứng minh: I là trung điểm của MH.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bọ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 58

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐĂK LĂK

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN DU ĐẮK LẮK
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán chuyên
Ngày thi: 25/6/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(3,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $(x^2 - 2x - 3)(x^2 + 10x + 21) = 25$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{4}{\sqrt{x}} + \sqrt{10 - \dfrac{4}{y}} = 5 \\ \dfrac{4}{\sqrt{y}} + \sqrt{10 - \dfrac{4}{x}} = 5 \end{cases}$

Câu 2: *(4 điểm)*

1) Tìm số tự nhiên lớn nhất sao cho số 2015 viết được dưới dạng:
$2015 = a_1 + a_2 + ... + a_n$ với $a_1, a_2, ..., a_n$ là hợp số.

2) Tìm số dư khi chia $2012^{2013} + 2015^{2014}$ cho 11.

3) Cho a, b, c là những số dương thỏa mãn đẳng thức: $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} = 2$.

Chứng minh rằng: $\dfrac{a}{1+\dfrac{b}{a}} + \dfrac{b}{1+\dfrac{c}{b}} + \dfrac{c}{1+\dfrac{a}{c}} \ge 1$

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Gọi C là điểm chính giữa cung AB, M là một điểm bất kì trên cung AC. Tia phân giác $\widehat{COM}$ cắt BM tại điểm D. Chứng minh rằng khi điểm M di động trên cung AC thì điểm D thuộc một đường tròn cố định.

Câu 4: *(1,5 điểm)*

Cho tam giác đều ABC. Lấy điểm P tùy ý trong tam giác ABC. Từ điểm P hạ PD, PE, PF lần lượt vuông góc với các cạnh BC, CA, AB.

Tính tỉ số: $\dfrac{PD + CE + AF}{PD + PE + PF}$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYÊN DU ĐĂK LĂK
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

1) Ta có:

$(x^2 - 2x - 3)(x^2 + 10x + 21) = 25.$

$\Leftrightarrow (x+3)(x+7)(x-3)(x+1) = 25$

$\Leftrightarrow (x^2+4x+3)(x^2+4x-21) = 25$

Đặt: $t = x^2 + 4x + 3$.

Khi đó phương trình trên trở thành:

$t(t - 24) = 25$

$\Leftrightarrow t^2 - 24t - 25 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=25 \end{array}\right.$

Khi $t = -1 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = -1 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Khi $t = 25 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 25 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 22 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2+\sqrt{26} \\ x=-2-\sqrt{26} \end{array}\right.$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{4}{\sqrt{x}} + \sqrt{10-\dfrac{4}{y}} = 5 \\ \dfrac{4}{\sqrt{y}} + \sqrt{10-\dfrac{4}{x}} = 5 \end{cases}$

Điều kiện: $0 \le x, y \le \dfrac{2}{5}$.

Trừ hai phương trình với nhau, ta được:

$$\left(\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{4}{\sqrt{y}}\right) + \left(\sqrt{10-\frac{4}{y}} - \sqrt{10-\frac{4}{x}}\right) = 0 \qquad (1)$$

Nhận thấy x, y có vai trò như nhau nên:

Xét x < y:

$x < y \Rightarrow \dfrac{4}{\sqrt{x}} > \dfrac{4}{\sqrt{y}} \Rightarrow \dfrac{4}{\sqrt{x}} - \dfrac{4}{\sqrt{y}} > 0$

$x < y \Rightarrow \sqrt{10-\dfrac{4}{y}} > \sqrt{10-\dfrac{4}{x}} \Rightarrow \sqrt{10-\dfrac{4}{y}} - \sqrt{10-\dfrac{4}{x}} > 0$

Suy ra: $\left(\dfrac{4}{\sqrt{x}} - \dfrac{4}{\sqrt{y}}\right) + \left(\sqrt{10-\dfrac{4}{y}} - \sqrt{10-\dfrac{4}{x}}\right) > 0$ (sai với (1))

Xét: x > y:

$x > y \Rightarrow \dfrac{4}{\sqrt{x}} < \dfrac{4}{\sqrt{y}} \Rightarrow \dfrac{4}{\sqrt{x}} - \dfrac{4}{\sqrt{y}} < 0$

$x > y \Rightarrow \sqrt{10-\dfrac{4}{y}} < \sqrt{10-\dfrac{4}{x}} \Rightarrow \sqrt{10-\dfrac{4}{y}} - \sqrt{10-\dfrac{4}{x}} < 0$

Suy ra: $\left(\dfrac{4}{\sqrt{x}} - \dfrac{4}{\sqrt{y}}\right) + \left(\sqrt{10-\dfrac{4}{y}} - \sqrt{10-\dfrac{4}{x}}\right) < 0$ (sai với (1))

Từ hai trường hợp trên, suy ra: x = y.

Ta có: $\frac{4}{\sqrt{x}}+\sqrt{10-\frac{4}{x}}=5$

Đặt: $t=\frac{2}{\sqrt{x}},\ \left(0\le t\le\sqrt{\frac{5}{2}}\right)$

Khi đó, phương trình trên được viết lại là:

$$2t+\sqrt{10-t^2}=5\Leftrightarrow\sqrt{10-t^2}=5-2t\Leftrightarrow\begin{cases}5-2t\ge0\\10-t^2=(5-2t)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\le\frac{5}{2}\\10-t^2=25-20t+4t^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t\le\frac{5}{2}\\t^2-4t+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\le\frac{5}{2}\\\left[\begin{array}{l}t=1\\t=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow t=1$$

Khi t = 1 $\Rightarrow\frac{2}{\sqrt{x}}=1\Leftrightarrow x=4.$

Suy ra: x = y = 4.

Câu 2:

1. Ta có hợp số nhỏ nhất là 4 mà 2015 = 4.503 + 3. Suy ra: n ≤ 503.

Nếu n = 503 thì 2015 = $a_1 + a_2 + \ldots + a_{503}$

Suy ra: Có ít nhất một a_i (i = 1, 2, …, 503) là số lẻ, giả sử là a_1

Suy ra: $a_1 \ge 9 \Rightarrow a_1 + a_2 + \ldots + a_{503} \ge 4.502 + 9 = 2017 > 2015$ (không thỏa mãn)

Nếu n = 502, ta có: 2015 = 4.500 + 6 + 9.

Vậy n = 502.

2) Ta có: $2012^{2013} + 2015^{2014} = (2012^{2013} + 1) + (2013 + 2)^{2014} - 1$

Mà

$2012^{2013} + 1 = B(2012 + 1) = B(2013) = B(11)$

$(2013 + 2)^{2014} - 1 = B(2013) + 2^{2014} - 1= B(11) + 2^{2014} - 1.$

$2^{2014} - 1 = 16.2^{10.201} - 1 = 16[B(11) + 1]^{201} - 1 = 16[B(11) + 1] - 1 = B(11) + 15 = B(11) + 4.$

(Vì $2^{10} = 1024 = 11.93 + 1 = B(11) + 1$).

Vậy số dư khi chia $2012^{2013} + 2015^{2014}$ cho 11 là 4.

3) Với a, b, x, y là các số dương, ta chứng minh:

$$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\ge\frac{(a+b)^2}{x+y}$$

$$\Leftrightarrow(a^2y+b^2x)(x+y)\ge xy(a+b)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2xy+a^2y^2+b^2x^2+b^2xy-a^2xy-b^2xy-2abxy\ge0$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2+b^2y^2-2abxy\ge0$$

$$\Leftrightarrow(ay-bx)^2\ge0$$

(Bất đẳng thức này đúng).

Dấu bằng xảy ra khi ay – bx = 0 $\Leftrightarrow\frac{a}{x}=\frac{b}{y}$

Áp dụng bất đẳng thức trên, ta chứng minh:

$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\ge\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ với a, b, c, x, y, z là các số dương.

Thật vậy:

$$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\ge\frac{(a+b)^2}{x+y}+\frac{c^2}{z}\ge\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}.$$

Dấu bằng xảy ra, khi $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$.

Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có:

$$\frac{a}{1+\frac{b}{a}}+\frac{b}{1+\frac{c}{b}}+\frac{c}{1+\frac{a}{c}}=\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\ge\frac{(a+b+c)^2}{2(a+b+c)}=\frac{a+b+c}{2}$$

Lại có:

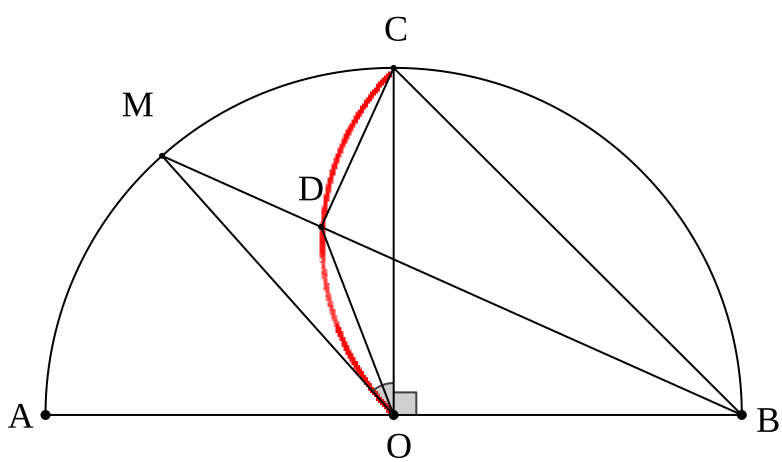
$$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}^{2}\right)+\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)^2+\left(\sqrt{c}-\sqrt{a}\right)^2\ge0\Leftrightarrow a+b+c\ge\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}=2$$

Do đó:

$$\frac{a}{1+\frac{b}{a}}+\frac{b}{1+\frac{c}{b}}+\frac{c}{1+\frac{a}{c}}\ge\frac{2}{2}=1.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}\frac{a}{a+b}=\frac{b}{b+c}=\frac{c}{c+a}\\ a=b=c\\ \sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}=2\end{cases}\Rightarrow a=b=c=\frac{2}{3}$

Câu 3:



Ta có: $\widehat{CBM}=\frac{1}{2}\widehat{COM}=\widehat{COD}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm, OD là phân giác $\widehat{COM}$)

Xét tứ giác BCOD, ta có:

$\widehat{CBD}=\widehat{COD}$ (chứng minh trên),

O và B nằm cùng một nửa mặt phẳng bờ CD.

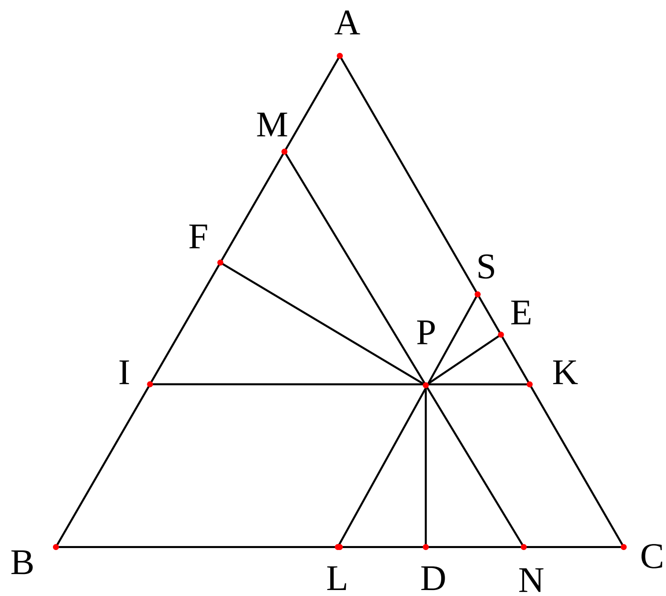
Suy ra: O, B cùng thuộc một cung chứa góc dựng trên đoạn thẳng OB.

Do đó tứ giác BCOD nội tiếp.

Lại có: $\widehat{BOC}=90^0$ (vì $\overset{\frown}{CA}=\overset{\frown}{CB}\Rightarrow OC\perp AB$)

Vậy tứ giác BCOD nội tiếp đường tròn đường kính BC, mà BC cố định nên D thuộc đường trong cố định đường kính BC (cung OC hình vẽ)

Câu 4:



Đặt: AB = BC = CA = a.

Qua P kẻ SL//AB ($S \in AC$, $L \in BC$), IK//BC ($I \in AB$, $K \in AC$), MN//AC ($M \in AB$, $N \in BC$).

Rõ ràng các tứ giác ABLS, BCKI, ACNM là các hình thang cân và các tam giác PMI, PLN, PKS là các tam giác đều, có PF, PE lần lượt là các đường cao.

$\Rightarrow$ BL = AS, LD = ND, CK = BI, KE = SE, AM = NC, MF = IF.

$\Rightarrow$ BL + LD + CK + KE + AM + MF = AS + ND + BI + SE + NC + IF.

$\Rightarrow$ BD + CE + AF = AE + BF + CD

Mà

(BD + CE + AF) + (AE + BF + CD) = BC + AC + AB = 3a.

$\Rightarrow$ BD + CE + AF = $\frac{3}{2}a$ (1)

Lại có:

$$S_{ABC} = S_{BPC} + S_{APC} + S_{APB} \Rightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}a\left(PD + PE + PF\right) \Rightarrow PD + PE + PF = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{BD + CE + AF}{PD + PE + PF} = \frac{3a}{2} : \frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 59

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 3: *(3,5 điểm)*
Câu 4: *(1,0 điểm)*
Câu 5:

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 60

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KOM TUM**	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10** **TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH** **NĂM HỌC 2013 - 2014**
ĐỀ CHÍNH THỨC	

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 61

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỒNG NAI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán
(Dành cho tất cả các thí sinh thi chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1:

a) Giải phương trình: $x^4 + x^2 - 12 = 0$, với $x \in R$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 7x + 11y = -23 \end{cases}$

Câu 2:

Cho biểu thức: $P = \dfrac{\sqrt{a^2}\left(\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-1}}\right)}{\sqrt{a^2 - 2a + 1}}$, (với $a \in R$ và $a \geq 2$)

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Chứng minh rằng nếu a là số thực và $a \geq 2$ thì $P \geq 4$.

Câu 3: Cho phương trình: $x^2 + 2x - 2m = 0$, (với x là ẩn số, m là tham số thực)

a) Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

b) Cho m là số thực dương. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho, biết x_1, x_2.

Tính: $U = \dfrac{1}{x_1} - \dfrac{1}{x_2}$ theo m.

Câu 4: Cho các hàm số: $y = 2x^2$ có đồ thị là (P) và $y = kx = -2$ có đồ thị là (d), (với k là tham số thực).

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

b) Tìm k để điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc cả hai đồ thị (P) và (d) đã cho, biết $y_M = 2$ và $x_M > 0$.

Câu 5: Nếu cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể (chưa có nước) trong thời gian 1 giờ 12 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 20 phút và vòi thứ hai chảy trong 45 phút thì chỉ được $\dfrac{5}{12}$ bể. Khi mở riêng từng vòi. Tính thời gian để mỗi vòi khi chảy riêng đầy bể.

Câu 6: Cho đường tròn (O) tâm O đường kính AB = 2R. Lấy điểm C thuộc đường tròn (O), với C không trùng với A, B. Lấy điểm D thuộc cung nhỏ BC của đường tròn (O), với D không trùng với B, C. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm B cắt các đường thẳng AC, AD theo thứ tự tại các điểm M, N.

a) Chứng minh tứ giác CDNM là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: $AD.AN = AC.AM = 4R^2$.

c) Vẽ đường kính CE của nửa đường tròn (O). Vẽ đường kính CF của đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDNM. Chứng minh ba điểm D, E, F thẳng hàng.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 62.1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÀ RỊA - VŨNG TÀU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (không chuyên)
Ngày thi: 14/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(3,0 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{3}{\sqrt{6}-2} + \frac{2}{\sqrt{6}+2} - \frac{5\sqrt{6}}{2}$

2) Giải phương trình: $2x^2 + x - 15 = 0$.

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 5x + y = -12 \end{cases}$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): y = x + m.

1) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) khi m = -1 trên cùng một hệ trục tọa độ.

2) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5m$.

Câu 3: *(1,0 điểm)*

Quãng đường AB dài 120 km. Một ô tô khởi hành từ A đi đến B và một mô tô khởi hành từ B đi đến A cùng lúc. Sau khi gặp nhau tại địa điểm C, ô tô chạy thêm 20 phút nữa thì đến B, còn mô tô chạy thêm 3 giờ nữa thì đến A. Tìm vận tốc của ô tô và vận tốc của mô tô.

Câu 4: *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O) có bán kính R và điểm C nằm ngoài đường tròn. Đường thẳng CO cắt đường tròn tại hai điểm A, B (A nằm giữa C và O). Kẻ tiếp tuyến CM đến đường tròn (M là tiếp điểm). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt CM tại E và tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B cắt CM tại F.

1) Chứng minh tứ giác AOME nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh: $\widehat{AOE} = \widehat{OMB}$ và CE.MF = CF.ME.

3) Tìm điểm N trên đường tròn (O) (N khác M) sao cho tam giác NEF có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó theo R, biết $\widehat{AOE} = 30^0$.

Câu 5: *(0,5 điểm)*

Cho hai số thực a và b thỏa mãn a > b và ab = 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^2 + b^2 + 1}{a - b}$$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 62.2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÀ RỊA - VŨNG TÀU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (chuyên)
Ngày thi: 14/6/2013
Thời gian làm bài: 120 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(3,0 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\dfrac{a\sqrt{a}-8}{a-2\sqrt{a}} - \dfrac{a\sqrt{a}+8}{a+2\sqrt{a}} + \dfrac{a+4}{\sqrt{a}}\right).\dfrac{1}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{2}\right)^2}$ với $a > 0,\ a \neq 4$.

2) Giải phương trình: $\dfrac{2013x^2}{\sqrt{2013x^2+1}-1} = \sqrt{2013x^2+4}$.

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 \\ x^2y = 3y - x \end{cases}$

Câu 2: *(1,0 điểm)*

Cho phương trình: mx^2 - 2(m - 2)x - m - 2 = 0 (1), với m là tham số. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $|x_1 - x_2| = 3$.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1) Tìm các số nguyên dương x,y,z thoả mãn: $\dfrac{x^2+y^2}{x^2y^2} + \dfrac{2}{z^2} = 1$

2) Cho a,b là các số thực lớn hơn 1. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2}{b-1} + \dfrac{b^2}{a-1} \geq 8$.

Câu 4: *(2,5 điểm)*

Cho tam giác ABC không cân, nội tiếp đường tròn (O;R). Tia phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt tia phân giác của $\widehat{ABC}$ ở I, cắt cạnh BC ở E và cắt đường tròn (O; R) ở M (M khác A).

1) Chứng minh M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC.

2) Đường vuông góc với AE tại E cắt cung BIC của đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC ở H. Chứng minh $ME.MA = MH^2$.

3) Hai điểm P và Q lần lượt di động trên 2 tia OA và OI sao cho OP + OQ = 2R. Chứng minh rằng khi P thay đổi trên tia OA và Q thay đổi trên tia OI thì trung đi ểm J của đoạn thẳng PQ luôn chạy trên 1 đường thẳng cố định.

Câu 5: *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC và O là 1 điểm nằm trong tam giác đó. Gọi M,N,K lần lượt là giao điểm của AO với BC, BO với AC và CO với AB. Qua O kẻ các đoạn thẳng EF, PQ, IJ sao cho EF//BC ($E \in AB$, $Q \in BC$, PQ//AC ($P \in AB$, QBC, IJ//AB ($I \in AC$, $J \in BC$).

1) Chứng minh: $\dfrac{OM}{AM} + \dfrac{ON}{BN} + \dfrac{PK}{CK} = 1$

2) Chứng minh: $\dfrac{EF}{BC} + \dfrac{PQ}{AC} + \dfrac{IJ}{AB} = 2$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÀ RỊA - VŨNG TÀU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Ngày thi: 14/6/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(3,0 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức: $A=\left(\dfrac{a\sqrt{a}-8}{a-2\sqrt{a}}-\dfrac{a\sqrt{a}+8}{a+2\sqrt{a}}+\dfrac{a+4}{\sqrt{a}}\right).\dfrac{1}{\left(\sqrt{a}+2\right)^2}$ với $a>0,\ a\neq 4$.

2) Giải phương trình: $\dfrac{2013x^2}{\sqrt{2013x^2+1}-1}=\sqrt{2013x^2+4}$.

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2-5xy+2y^2=0\\ x^2y=3y-x\end{cases}$

Câu 2: *(1,0 điểm)*

Cho phương trình: mx^2 - 2(m - 2)x - m - 2 = 0 (1) với m là tham số

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$|x_1 - x_2| = 3$$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1) Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $\dfrac{x^2+y^2}{x^2y^2}+\dfrac{2}{z^2}=1$

2) Cho a, b là các số thực lớn hơn 1. Chứng minh: $\dfrac{a^2}{b-1}+\dfrac{b^2}{a-1}\geq 8$.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC không cân, nội tiếp đường tròn (O; R). Tia phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt tia phân giác của $\widehat{ABC}$ ở I, cắt cạnh BC ở E và cắt đường tròn (O; R) ở M (M khác A).

1. Chứng minh M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC.
2. Đường vuông góc với AE tại E cắt cung BIC của đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC ở H. Chứng minh: $ME.MA = MH^2$.
3. Hai điểm P và Q lần lượt di động trên hai tia OA và OI sao cho OP + OQ = 2R. Chứng minh rằng khi P thay đổi trên tia OA và Q thay đổi trên tia OI thì trung điểm J của đoạn thẳng PQ luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

Câu 5: *(1,5 điểm)*

Cho tam giác ABC và O là điểm nằm trong tam giác đó. Gọi M, N, K lần lượt là giao điểm của AO với BC, BO với AC và CO với AB. Kẻ các đoạn thẳng EF, PQ, IJ sao cho EF//BC ($E\in AB$, $F\in AC$), PQ//AC ($P\in AB$, $Q\in BC$), IJ//AB ($I\in AC$, $J\in BC$).

1) Chứng minh: $\dfrac{OM}{AM}+\dfrac{ON}{BN}+\dfrac{OK}{CK}=1$

2) Chứng minh: $\dfrac{EF}{BC}+\dfrac{PQ}{AC}+\dfrac{IJ}{AB}=2$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 63

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẾN TRE

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẾN TRE
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 3: *(3,5 điểm)*
Câu 4: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 64

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUANG TRUNG - BÌNH PHƯỚC
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*

a. Tính: A = $\sqrt{8+2\sqrt{7}}+\sqrt{16-6\sqrt{7}}$

b. Rút gọn biểu thức: $M=\left(\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{x}$, với $x>0, x\neq 1$.

Câu 2: *(1,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 4x + 2m - 3 = 0$ (1) (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $\sqrt{3}\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)=\sqrt{x_1x_2+17}$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

a. Giải phương trình: $\sqrt{x+1}+\sqrt{5x}=\sqrt{4x-3}+\sqrt{2x+4}$

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+2y-2)(2x+y)=2x(5y-2)-2y\\ x^2-7y=-3\end{cases}$

Câu 4: *(1,0 điểm)*

a. Chứng minh rằng: Trong 3 số chính phương tùy ý luôn tồn tại hai số mà hiệu của chúng chia hết cho 4.

b. Giải phương trình nghiệm nguyên: $3x^2 - 2y^2 - 5xy + x - 2y - 7 = 0$.

Câu 5: *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn nối tiếp đường tròn (O), AB < AC. Các tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau tại E; AE cắt (O) tại D (khác A). kẻ đường thẳng d qua E và song song với tiếp tuyến tại A của (O), d cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại P, Q. Gọi M là trung điểm BC. Đường thẳng AM cắt (O) tại N (khác A).

a. Chứng minh: $EB^2 = ED.EA$ và $\dfrac{BE}{BD}=\dfrac{CA}{CD}$

b. Chứng minh các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC, EBP, ECQ cùng đi qua một điểm.

c. Chứng minh E là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCQP.

d. Chứng minh tứ giác BCND là hình thang cân.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

a. Chứng minh: $a^3 + b^3 \geq ab(a + b)$, với a, b > 0.

b. Cho a, b, là hai số dương thỏa mãn: $a + b \geq 1$. Tìm Min của $F=\left(a^3+b^3\right)^2+a^2+b^2+\dfrac{3}{2}ab$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUANG TRUNG - BÌNH PHƯỚC
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

a. Ta có:

$$A=\sqrt{\left(\sqrt{7}\right)^2+2.1.\sqrt{7}+(1)^2}+\sqrt{(3)^2-2.3.\sqrt{7}+\left(\sqrt{7}\right)^2}=\sqrt{\left(\sqrt{7}+\sqrt{1}\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}$$

$$A=\left|\sqrt{7}+1\right|+\left|3-\sqrt{7}\right|=\sqrt{7}+1+3-\sqrt{7}=4$$

b.

$$M=\left(\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{x}$$

$$M=\frac{\left(x^2-x\right)-\left(x-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}\right)}.\frac{x}{\sqrt{x}+1}$$

$$M=\left(\sqrt{x}-1\right).\sqrt{x}$$

Câu 2:

Điều kiện: $m<\frac{7}{2}$.

Ta có: $\sqrt{3}\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)=\sqrt{x_1x_2+17}\Leftrightarrow 3\left(x_1+x_2+2\sqrt{x_1x_2}\right)=x_1x_2+17$ (1)

Áp dụng định lý Vi - ét, ta có:

$$\begin{cases}x_1+x_2=4\\x_1x_2=2m-3\end{cases}$$

Thay vào (1) ta được:

$$3\left(4+2\sqrt{2m-3}\right)=2m+14$$

$$\Leftrightarrow 3\left(2+\sqrt{2m-3}\right)=m+7$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{2m-3}=m+1$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m-1\ge 0\\18m-27=m^2+2m+1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 1\\m^2-16m+28=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=14\\m=2\end{array}\right.\text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Câu 3:

a. Giải phương trình:

Điều kiện: $x\ge\frac{3}{4}$.

$$\sqrt{x+1}+\sqrt{5x}=\sqrt{4x-3}+\sqrt{2x+4}$$

$$\Leftrightarrow 6x+1+2\sqrt{x+1}.\sqrt{5x}=6x+1+2\sqrt{4x-3}.\sqrt{2x+4}$$

$$\Leftrightarrow\left(x+1\right)5x=\left(4x-3\right)\left(2x+4\right)$$

$$\Leftrightarrow 5x^2+5x=8x^2+10x-12$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+5x-12=0$$

Phương trình này có 2 nghiệm là $x = \frac{4}{3}$ (nhận); $x = -3$ (loại).

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+2y-2)(2x+y) = 2x(5y-2)-2y \\ x^2 - 7y = -3\end{cases}$ (1)

Ta có:

(1) $\Leftrightarrow 2x^2 + xy + 4xy + 2y^2 - 4x - 2y = 10xy - 4x - 2y$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$

$\Leftrightarrow (2x^2 - 4xy) + (2y^2 - xy) = 0$

$\Leftrightarrow 2x(x - 2y) - y(x - 2y) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2y)(2x - y) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2y \\ y = 2x \end{array}\right.$

Trường hợp: x = 2y, kết hợp với phương trình (1) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 2y \\ x^2 - 7y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 - 7y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{3}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Trường hợp y = 2x, kết hợp với phương trình (1) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = 2x \\ x^2 - 7y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x^2 - 14x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ \left[\begin{array}{l} x = 7 + \sqrt{46} \\ x = 7 - \sqrt{46} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 7 + \sqrt{46} \\ y = 14 + 2\sqrt{46} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 7 - \sqrt{46} \\ y = 14 - 2\sqrt{46} \end{cases} \end{array}\right.$$

Kết luận: Hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm (x; y) là:

$$(1;2),\ \left(\frac{3}{4};\frac{3}{2}\right),\ \left(7+\sqrt{46};\ 14+2\sqrt{46}\right),\ \left(7-\sqrt{46};\ 14-2\sqrt{46}\right).$$

Câu 4:

a. Vì một số nguyên bất kỳ phải là số chẵn hoặc số lẻ.

Do đó theo nguyên lý Đrichlet trong 3 số nguyên bất kỳ luôn chọn ra được 2 số có cùng tính chẵn lẻ.

Áp dụng: Ta có trong 3 số chính phương bất kỳ luôn chọn ra được hai số có cùng tính chẵn lẻ.

Gọi 2 số chính phương được chọn ra là a^2 và b^2.

Khi đó: Ta có $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Vì a^2 và b^2 cùng tính chẵn lẻ nên a, b cũng cùng tính chẵn lẻ.

Do đó a - b là số chẵn và a + b cũng là số chẵn thì $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \vdots 4$ (đpcm)

b. Giải phương trình nghiệm nguyên: $3x^2 - 2y^2 - 5xy + x - 2y - 7 = 0$.

Ta có phương trình:

$\Leftrightarrow (3x^2 - 6xy) + (-2y^2 + xy) + (x - 2y) = 7$

$\Leftrightarrow 3x(x - 2y) + y(x - 2y) + (x - 2y) = 7$

$\Leftrightarrow (x - 2y)(3x + y + 1) = 7 = 1.7 = 7.1 = -1.(-7) = -7. (-1)$

Do đó ta có 4 trường hợp:

Trường hợp 1: $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+y+1=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{13}{7} \\ y=\dfrac{3}{7} \end{cases}$ (loại)

Trường hợp 2: $\begin{cases} x-2y=7 \\ 3x+y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=7 \\ 3x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{7} \\ y=-\dfrac{3}{7} \end{cases}$ (loại)

Trường hợp 3: $\begin{cases} x-2y=-1 \\ 3x+y+1=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ 3x+y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{17}{7} \\ y=-\dfrac{5}{7} \end{cases}$ (loại)

Trường hợp 4: $\begin{cases} x-2y=-7 \\ 3x+y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-7 \\ 3x+y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{11}{7} \\ y=\dfrac{19}{7} \end{cases}$ (loại)

Kết luận: Phương trình đã cho không có nghiệm nguyên.

Câu 5:

a.

Nối B với D.

Ta có: $\widehat{EBD}=\dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{BD} = \widehat{BAD}$ (1)

Ta có: $\begin{cases} \widehat{BDE}=180^0-\widehat{BDA} \\ \widehat{EBA}=\widehat{DBA}+\widehat{BAD}=180^0-\widehat{BDA} \end{cases}$

$\Rightarrow \widehat{BDE}=\widehat{EBA}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $\Delta BDE \backsim \Delta ABE$ (g.g)

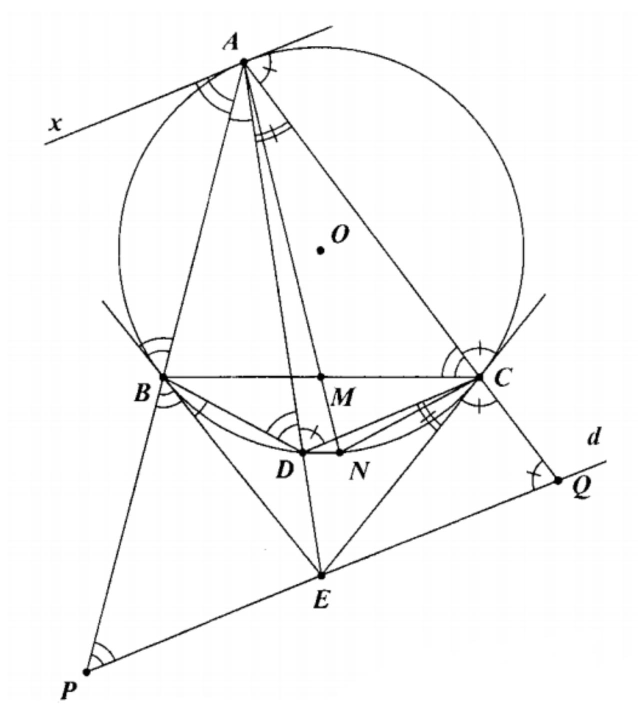
$\Rightarrow \dfrac{EB}{AE}=\dfrac{ED}{EB} \Rightarrow EB^2 = AE.ED$ (đpcm)

Chứng minh tương tự, ta được: $\Delta DCE \backsim \Delta ACE$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AC}{DC}=\dfrac{EC}{DE}$ (3)

$\Delta BED \backsim \Delta AEB$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{BA}{BE}=\dfrac{BD}{ED}$ (4)



Từ (3) và (4), kết hợp với: $\dfrac{EC}{DE}=\dfrac{BD}{ED} \Rightarrow \dfrac{AC}{DC}=\dfrac{BA}{BE}$ (đpcm)

b. Ta có: $\widehat{PEA}=\widehat{yAE}$ (so le trong)

Mà: $\widehat{yAE}=\dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AD}=\widehat{ABD}$

Suy ra: Tứ giác BDEP nội tiếp đường tròn.

Chứng minh tương tự, ta được: Tứ giác DCQE nội tiếp được.

Suy ra: Các đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, EBP, ECQ cùng đi qua điểm D.

c. Ta có: $\widehat{PBE} = 180^0 - \widehat{ABE} = 180^0 - \widehat{BDE} = \widehat{BDA}$

Mà: $\widehat{BDA} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{BA} = \widehat{xAP}$

Suy ra: $\widehat{PBE} = \widehat{xAP}$

Mà ta lại có: $\widehat{xAP} = \widehat{BPE}$ (so le trong)

Suy ra: $\widehat{PBE} = \widehat{BPE}\left(= \widehat{xAP}\right)$

$\Rightarrow \Delta PBE$ cân tại E.

$\Rightarrow$ BE = PE (5)

Chứng minh tương tự, ta được: EC = EQ. (6)

Từ (5) và (6), suy ra: E là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BPQC.

d. Theo như câu (a), ta có: $\frac{AB}{DB} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow AB.CD = AC.BD$

Áp dụng định lý Ptolemaeus cho tứ giác ABCD, ta được:

AD.BC = AB.DC + BD.AC = 2.AC.DC

$\Rightarrow AD.BC = 2.AC.DC$

$$\Leftrightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{\frac{BC}{2}} = \frac{BD}{MC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{MC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AC}{MC} \qquad (7)$$

Ta có: Tứ giác ABCD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BDA}$. (8)

Từ (7) và (8), suy ra: $\Delta ADB \backsim \Delta ACM$ (c - g - c).

$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{NAC}$

Ta có: $\begin{cases} \widehat{BAD} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BD} = \widehat{BCD} \\ \widehat{NAC} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{NC} = \widehat{NBC} \end{cases}$

Mà $\widehat{BAD} = \widehat{NAC} \Rightarrow \widehat{BCD} = \widehat{NBC}$

$\Rightarrow$ Tứ giác BCDN là hình thang cân. (đpcm)

Câu 6:

Áp dụng bất đẳng thức đã chứng minh ở câu (a), ta có: $(a^3 + b^3) \geq [ab(a + b)]^2$

Mà theo giả thiết $a + b \geq 1$.

Do đó: $(a^3 + b^3) \geq [ab(a + b)]^2 \geq (ab)^2$.

Mặt khác, ta có: $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \geq 1 - 2ab$.

Do đó: $F \geq (ab)^2 + 1 - 2ab + \frac{3}{2}ab = (ab)^2 - \frac{ab}{2} + 1 = (ab)^2 - 2.ab.\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = \left(ab - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} \geq \frac{15}{16}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a + b = 1 \\ ab = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của F là $\frac{15}{16}$, đạt được khi $a = b = \frac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 65

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TIỀN GIANG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TIỀN GIANG
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán
(Dành cho học sinh thi chuyên toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1:

1. Trục căn thức ở mẫu: $\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}$

2. Giải phương trình và hệ phương trình:

a. $\sqrt{3x-5}+\sqrt{7-3x}=9x^2-36x+38$

b. $\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}=2\\ \sqrt{x+2}+\sqrt{y+2}=4\end{cases}$

Câu 2:

1. Trong mặt phẳng Oxy, cho Parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm I(0; 1) có hệ số góc k ($k \in R$).
a. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B với $\forall k \in R$.
b. Chứng minh rằng tam giác OAB vuông. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác OAB.
2. Giả sử phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2.
Đặt: $S_n = x_1^n + x_2^n,\ (n \in N)$. Chứng minh rằng: $aS_{n+2} + bS_{n+1} + cS_n = 0$ với mọi $n \in N$.

Áp dụng: Tính: $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^7+\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^7$

Câu 3:

1. Cho x, y > 0. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\ge\dfrac{4}{x+y}$

2. Cho a, b > 0. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{a+b+2c}+\dfrac{1}{a+2b+c}+\dfrac{1}{2a+b+c}\le\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$

3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}$.

Câu 4:

1. Tìm tất cả các số nguyên tố a, b, c sao cho $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

2. Chứng minh: Trong 5 số nguyên tố bất kỳ luôn luôn chọn được 3 số có tổng chia hết cho 3.

Câu 5:

Cho tam giác ABC cố định, cân tại A nội tiếp đường tròn (O; R), M là điểm di động trên đoạn thẳng BC (M khác B và C). Vẽ đường tròn tâm D qua M và tiếp xúc với AB tại B. Vẽ đường tròn tâm E qua M tiếp xúc với AC tại C. Gọi N là giao điểm thứ hai của đường tròn (D) và (E).
1. Chứng minh rằng: N thuộc đường tròn (O; R) và A, M, N thẳng hàng.
2. Chứng minh rằng: $MB.MC = R^2 - OM^2$.
3. Xác định vị trí điểm M sao cho MA.MN đạt giá trị nhỏ nhất.
4. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng DE. Chứng minh: Diện tích tam giác IBC không đổi.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TIỀN GIANG
NĂM 2013 - 2014

Câu 1:

1. Ta có: $\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}=\dfrac{\sqrt[3]{3}-1}{\left(\sqrt[3]{3}-1\right)\left(1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}\right)}=\dfrac{\sqrt[3]{3}-1}{2}$.

2.

a) $\sqrt{3x-5}+\sqrt{7-3x}\le\dfrac{3x-5+1}{2}+\dfrac{7-3x+1}{2}=2$

Và $9x^2-36x+38=9\left(x-2\right)^2+2\ge 2$

Suy ra: $\sqrt{3x-5}+\sqrt{7-3x}=9x^2-36x+38\Leftrightarrow x=2$.

b) Điều kiện: x; y ≥ 1.

Ta có hệ phương trình tương đương:

$$\begin{cases}\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}+\sqrt{y+2}+\sqrt{y-1}=6\\ \sqrt{x+2}-\sqrt{x-1}+\sqrt{y+2}+\sqrt{y-1}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}+\sqrt{y+2}+\sqrt{y-1}=6\\ \dfrac{3}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-1}}+\dfrac{3}{\sqrt{y+2}+\sqrt{y-1}}=2\end{cases}$$

Đặt: $u=\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1};\ v=\sqrt{y+2}+\sqrt{y-1}\ \left(u,\ v\ge 0\right)$

Ta có: $\begin{cases}u+v=6\\ \dfrac{3}{u}+\dfrac{3}{v}=2\end{cases}$

Dùng phương pháp thế, giải ra ta được: u = v = 3.

Từ đây ta tìm được nghiệm (x; y) = (2; 2).

Câu 2:

1. Trong mặt phẳng Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm I(0; 1) có hệ số góc k ($k \in R$).

a. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B với $\forall k \in R$.

b. Chứng minh rằng tam giác OAB vuông. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác OAB.

1.

a. Vì đường thẳng (d) đi qua điểm I(0; 1) và có hệ số góc k ($k \in R$) nên, ta có phương trình đường thẳng (d): y = kx + 1.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$x^2 = kx + 1$

$\Leftrightarrow x^2 - kx - 1 = 0$

Ta có: $\Delta = k^2 + 4 > 0$.

Suy ra: Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B $\forall k\in R$.

b. Giải phương trình: $x^2 - kx - 1 = 0$.

Ta có 2 nghiệm: $x=\dfrac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}$; $x=\dfrac{k-\sqrt{k^2+4}}{2}$.

2. Ta có:

$$aS_{n+2}+bS_{n+1}+cS_n=a\left(x_1^{n+2}+x_2^{n+2}\right)+b\left(x_1^{n+1}+x_2^{n+1}\right)+c\left(x_1^n+x_2^n\right)$$

$$=x_1^n\left(ax_1^2+bx+c\right)+x_2^n\left(ax_2^2+bx_2+c\right)=0$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

Câu 3:

1. Ta có:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge\frac{4}{x+y}\Leftrightarrow\frac{x+y}{xy}\ge\frac{4}{x+y}\Leftrightarrow(x+y)^2\ge 4xy \text{ (vì x, y > 0)}$$

$$\Leftrightarrow x^2-2xy+y^2\ge 0\Leftrightarrow(x-y)^2\ge 0 \text{ (điều phải chứng minh)}$$

2. Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có:

$$\frac{1}{a+b+2c}=\frac{1}{(a+c)+(b+c)}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\right)\le\frac{1}{16}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}\right)$$

Tương tự, ta có:

$$\frac{1}{a+2b+c}\le\frac{1}{16}\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{1}{2a+b+c}\le\frac{1}{16}\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

Cộng các vế của bất đẳng thức với nhau, ta được:

$$\frac{1}{a+b+2c}+\frac{1}{a+2b+c}+\frac{1}{2a+b+c}\le\frac{1}{16}\left(\frac{4}{a}+\frac{4}{b}+\frac{4}{c}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

Dấu "=" xảy ra khi a = b = c.

3. Điều kiện: $1\le x\le 2$.

Âp dụng bất đẳng thức cho hai bộ số $\left(\sqrt{x-1};\ 1\right)$ và $\left(\sqrt{2-x};\ 1\right)$, ta có:

$$P^2=\left(1.\sqrt{x-1}+1.\sqrt{2-x}\right)^2\le 2\left[(x-1)+(2-x)\right]=2$$

$\Leftrightarrow -\sqrt{2}\le P\le\sqrt{2}$.

Xét $1\le x\le 2$, ta có:

Với x = 1, suy ra: P = 1.

Với x = 2, suy ra: P = 1.

$\Rightarrow$ Với $\forall x\in[1;\ 2]$ thì P luôn đạt giá trị nhỏ nhất là 1.

Suy ra: Giá trị nhỏ nhất của P là P = 1, đạt được khi x = 1 hoặc x = 2.

Giá trị lớn nhất của P là P = $\sqrt{2}$ đạt được khi $x=\frac{3}{2}$.

Câu 4:

1. Xét: a, b, c > 3 $\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}<\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$

Suy ra: a, b, c $\le$ 3.

Các bạn giải tiếp, chú ý a, b, c cùng tính chẵn lẻ.

2. Xét 1 số khi chia cho 3 sẽ có 3 trường hợp:

Chia 3 dư 1

Chia 3 dư 2

Chia hết cho 3

Nhận thấy chỉ có 1 số nguyên tố chia hết cho 3 đó là số 3 nên ta xét 2 trường hợp có 3 và không có 3

Với trường hợp không có 3

Số nguyên tố chia 3 sẽ có 2 số dư là 1 hoặc 2 nhận thấy 5 = 2.2 + 1 nên tồn tại 3 số chia cho 3 có cùng 1 số dư tổng của 3 số này chia hết cho 3

Với trường hợp có 3.

Chọn số thứ nhất là là 3 còn lại 4 số nguyên tố nếu có 1 số chia cho 3 dư 2 và 1 số chia cho 3 dư 1 ta chọn 2 số đó và số 3 nếu có nhiều hơn 3 số chia 3 có cùng 1 số dư ta cho 3 trong các số đó.

Vậy với 5 số nguyên tố bất kì lúc nào cũng chọn được 3 số mà tổng của chúng chia hết cho 3

Câu 5:

ĐỀ SỐ 66

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẬU GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VỊ THANH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 3: *(3,5 điểm)*
Câu 4: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 67

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẠC LIÊU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẠC LIÊU
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 3: *(3,5 điểm)*
Câu 4: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 68

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CÀ MAU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN NGỌC HIỂN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 3: *(3,5 điểm)*
Câu 4: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 69

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

ĐỀ SỐ 70.1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KIÊN GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HUỲNH MẪN ĐẠT
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (không chuyên)
Ngày thi: 20/06/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Bài 1: *(2,5 điểm)*

1) Tính: $\sqrt{5-2\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$

2) Cho biểu thức: $P=\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\frac{9}{x-\sqrt{x}-2}$

a) Tìm điều kiện xác định của P . Rút gọn P

b) Với giá trị nào của x thì P = 1

Bài 2: *(1 điểm)*

Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases}\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1\\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=5\end{cases}$$

Bài 3: *(1,5 điểm)*

Cho (d_m): $y=(2-\sqrt{10-m})x+m-12$

1) Với giá trị nào của m thì (d_m) đi qua gốc tọa độ

2) Với giá trị nào của m thì (d_m) là hàm số nghịch biến

Bài 4: *(1,5 điểm)*

Một ca nô xuôi dòng 42 km rồi ngược dòng trở lại 20 km hết tổng cộng 5 giờ. Biết vận tốc của dòng chảy là 2km/h. Tính vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng .

Bài 5: *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O) đường kính AB , M là điểm thuộc cung AB , I thuộc đoạn thẳng OA . Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứ a điểm M kẻ các tia tiếp tuyến Ax , By với (O). Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với IM cắt Ax tại C. Qua I dựng một đường thẳng vuông góc với IC cắt tia By tại D. Gọi E là giao điểm AM, CI và F là giao điểm ID và MB .

1) Chứng minh tứ giác ACMI và tứ giác MEIF nội tiếp .

2) Chứng minh EF // AB.

3) Chứng minh ba điểm C , M, D thẳng hàng.

4) Chứng tỏ rằng hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD tiếp xúc nhau tại M.

......

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN (KHÔNG CHUYÊN)
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TRƯỜNG CHUYÊN HUỲNH MẪN ĐẠT
NĂM HỌC 2013 – 2014

Câu 1:

1.1)

$$\sqrt{5-2\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}=\sqrt{5-2\sqrt{2+(2\sqrt{2}+1)^2}}=\sqrt{5-2\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$$
$$=\sqrt{5-2\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}}=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}=\sqrt{2}-1$$

1.2)

a) Điều kiện xác định của P: $x \ge 0$ và $x \ne 4$.

$$P=\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\frac{9}{x-\sqrt{x}-2}=\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{9}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$$
$$=\frac{3(\sqrt{x}-2)-\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)+9}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}=\frac{3\sqrt{x}-6-x-\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}=\frac{3\sqrt{x}-x-\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$$
$$=\frac{3(\sqrt{x}+1)-\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}=\frac{(\sqrt{x}+1)(3-\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}=\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

b) P = 1 $\Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=1 \Leftrightarrow 3-\sqrt{x}=\sqrt{x}-2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}=5 \Leftrightarrow x=\frac{25}{4}$

Câu 2:

Hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1\\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=5\end{cases}$ (I)

Đặt $\begin{cases}u=\frac{1}{x}\\ v=\frac{1}{y}\end{cases}$ thì hệ (I) trở thành

Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}u-v=1\\ 3u+4v=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=\frac{9}{7}\\ v=\frac{2}{7}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{9}{7}\\ \frac{1}{y}=\frac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{7}{9}\\ y=\frac{7}{2}\end{cases}$$

Câu 3:

$$y=(2-\sqrt{10-m})x+m-12$$

1) (d_m):

Để (d_m) đi qua gốc tọa độ thì: $\begin{cases}2-\sqrt{10-m}\ne 0\\ 10-m\ge 0\\ m-12=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\ne 6\\ m\le 10\\ m=12 \text{ (loại)}\end{cases}$

Vậy không tồn tại m để đường thẳng (d_m) đi qua gốc tọa độ.

2) Để (d_m) là hàm số nghịch biến thì :

$$\begin{cases}10-m\ge 0\\ 2-\sqrt{10-m}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 10\\ \sqrt{10-m}>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 10\\ 10-m>4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 10\\ m<6\end{cases}\Leftrightarrow m<6$$

Câu 4:

Gọi x (km/h) là vận tốc của ca nô lúc nước yên lặng (Đk: x > 2)

$\Rightarrow$ Vận tốc ca nô xuôi dòng là: x + 2 (km/h)

Vận tốc ca nô ngược dòng là: x – 2 (km/h)

Thời gian ca nô xuôi dòng 42 km: $\frac{42}{x+2}$ (h)

Thời gian ca nô ngược dòng 20 km: $\frac{20}{x-2}$ (h)

Do ca nô đi hết tổng cộng 5 giờ nên ta có phương trình: $\frac{42}{x+2}+\frac{20}{x-2}=5$

$\Leftrightarrow$ 42(x – 2) + 20(x + 2) = 5(x + 2)(x – 2)

$\Leftrightarrow$ 42x – 84 + 20x + 40 = $5x^2$ – 20

$\Leftrightarrow$ $5x^2$ - 62x + 24 = 0

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=12\\ x=\frac{2}{5}\ \text{(loại)}\end{array}\right.$$

Vậy vận tốc ca nô lúc dòng nước yên lặng là 12 km/h

Câu 5:

a) Chứng minh tứ giác ACMI và MEIF nội tiế p

Xét tứ giác ACMI có:

$\widehat{CAI}=90^0$ (vì Ax là tiếp tuyến tại A của (O)

$\widehat{CMI}=90^0$ (Vì CM $\perp$ IM tại M)

$\Rightarrow \widehat{CAI}+\widehat{CMI}=180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác ACMI nội tiếp đường tròn đường kính CI

Xét tứ giác MEIF có:

$\widehat{EMF}=90^0$ (góc nội tiếp nửa đường tròn)

$\widehat{EIF}=90^0$ (vì CI $\perp$ ID tại I)

$\Rightarrow \widehat{EMF}+\widehat{EIF}=180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác MEIF nội tiếp đường tròn đường kính EF

b) Chứng minh EF // AB:

Ta có $\widehat{ICM}=\hat{I}_2$ (cùng phụ với góc I_1)

Mà tứ giác MEIF nội tiếp $\Rightarrow$ $\hat{I}_2=\widehat{MEF}$ (cùng chắn cung MF)

$\Rightarrow \widehat{ICM}=\widehat{MEF}$

Mặt khác tứ giác ACMI nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ICM}=\hat{A}_2$ (cùng chắn cung MI)

$\Rightarrow \widehat{MEF}=\hat{A}_2$

Mà $\widehat{MEF}$ và $\hat{A}_2$ là hai góc đồng vị nên EF // AB

c) Chứng minh ba điểm C, M, D thẳng hàng

Ta có : $\hat{I}_2 = \widehat{A}_2$ (cùng bằng $\widehat{MEF}$)

Mà $\widehat{A}_2 = \hat{B}_2$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn $\overset{\frown}{MB}$ của (O))

$\Rightarrow \hat{I}_2 = \hat{B}_2$ mà I ,B là hai đỉnh kề cạnh IB của tứ giác MIBD

$\Rightarrow$ tứ giác MIBD nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{IMD} + \widehat{IBD} = 180^0$. Mà $\widehat{IBD} = 90^0 \Rightarrow \widehat{IMD} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{CMI} + \widehat{IMD} = 180^0 \Rightarrow$ C, M, D thẳng hàng

d) Chứng minh hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD tiếp xúc nhau tại M

Gọi J và K lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác CME và MFD

Xét đường tròn tâm K ta có:

$\widehat{K}_1 = \widehat{MDF}$ (cùng bằng $\frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{MF}$)

Mà $\widehat{K}_1 + \widehat{KMF} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{MDF} + \widehat{KMF} = 90^0$ (1)

Ta lại có: $\hat{B}_1 = \widehat{MDF}$ (cùng chắn cung MI, tứ giác MIBD nội tiếp)

Mà $\hat{B}_1 = \widehat{OMB}$ (do ΔOMB cân tại O, OM = BO)

$\Rightarrow \widehat{MDF} = \widehat{OMB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{OMB} + \widehat{KMF} = 90^0 \Rightarrow KM \perp MO$ mà KM là bán kính (K)

$\Rightarrow$ OM là tiếp tuyến của (K)

Chứng minh tương tự ta có: OM cũng là tiếp tuyến của (J)

Vậy hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD tiếp xúc nhau tại M

---- HẾT ----

ĐỀ SỐ 50

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH LONG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN BỈNH KHIÊM
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán (hệ số 2)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(1,0 điểm)* Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{27}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

Câu 2: *(1,0 điểm)* Giải phương trình: $x+\dfrac{4}{x}=\sqrt{x}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}+4$

Câu 3: *(2,5 điểm)*

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$.

b) Tìm tọa độ giao điểm A và B của đồ thị (P) với đường thẳng (d): $y = x + 2$ bằng phép tính.

c) Tìm tọa độ điểm M thuộc cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

Câu 4: *(2,5 điểm)* Cho phương trình: $x^2 + (2m - 5)x - n = 0$ (x là ẩn số)

a) Giải phương trình khi m = 1 và n = 4.

b) Tìm m và n để phương trình có hai nghiệm là 2 và -3.

c) Cho m = 5. Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để phương trình có nghiệm dương.

Câu 5: *(2,0 điểm)* Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O). Vẽ các đường cao BE, CF của tam giác ABC. Gọi H là giao điểm của BE và CF. Kẻ đường kính BK của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác AHCK là hình bình hành.

c) Đường tròn đường kính AC cắt BE tại M, đường tròn đường kính AB cắt CF tại N. Chứng minh: AM = AN.

Câu 6: *(1,0 điểm)* Cho tam giác ABC có BC = a; CA = b; AC = c và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $R(b + c) = a\sqrt{bc}$. Xác định hình dạng của tam giác ABC.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 72

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRÀ VINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRÀ VINH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: Cho hai đa thức: $P(x) = x^4 + ax^2 + 1$ và $Q(x) = x^2 + ax + 1$.
Hãy xác định giá trị của a để P(x) và Q(x) có nghiệm chung.

Câu 2: Giải phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

Câu 3: Tìm nghiệm dương (x, y, z) của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 12 \\ x + 2y + 3z = 3 \end{cases}$$

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = (2x - x^2)(y - 2y^2)$.

Câu 5: Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} \geq \frac{x+y+z}{2}$ với $x, y, z \geq 0$.

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. M là điểm nằm trên cạnh BC.
Chứng minh rằng: $MB^2 + MC^2 = 2MA^2$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c. Chứng minh rằng:

1) $\sin\frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c}$

2) $\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}$

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 73

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TÂY NINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG LỆ KHA
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Ngày thi: 03/07/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(1,0 điểm)*

Xác định a và b để đa thức: $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 2x + b$ chia hết cho $x - 1$ và $x + 2$.

Câu 2: *(1,0 điểm)*

Cho $f(x) = \dfrac{2+\sqrt{4+2x}}{x+2} + \dfrac{2+\sqrt{4-2x}}{x-2}$. Hãy tính giá trị $f\left(\sqrt{3}\right)$.

Câu 3: *(1,0 điểm)*

Tìm m để hệ phương trình sau có vô số nghiệm: $\begin{cases} x + my = m + 2 \\ mx + y = 3 \end{cases}$.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Biết rằng phương trình bậc hai: $x^2 - 3x - 1 = 0$ (*) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2. Không giải phương trình (*), hãy lập một phương trình bậc hai mà hai nghiệm của nó là $2x_1 + 1$ và $2x_2 + 1$.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Cho biết $a^2 + b^2 = 1$. Chứng minh rằng: $a^2 + 4ab + 3 \geq 2b^2$.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

Vẽ đồ thị hàm số $y = 2|x| + x + 1$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Tìm m lớn nhất để với mọi giá trị của x ta đều có $2|x| + x + 1 \geq m$.

Câu 7: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB < AC. Vẽ đường trung tuyến AM và đường cao AH của tam giác ABC. Tính độ dài các cạnh góc vuông AB và AC. Biết rằng $\dfrac{AH}{AM} = \dfrac{24}{25}$, $BC = 5cm$.

Câu 8: *(1,0 điểm)*

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của (O), lấy hai điểm M và N sao cho M, N ở về một phía của B. Các đường thẳng AM, AN cắt (O) lần lượt tại C và D (khác A). Chứng minh rằng tứ giác MCDN là tứ giác nội tiếp.

Câu 9: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A, AC = b, AB = c, M là điểm trên cạnh BC. Gọi E, F lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM và ACM. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AEF nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó theo b, c.

Câu 10: *(1,0 điểm)*

Cho a > 0, b > 0 và a + b = 1. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2+2b^2}{a+2b} + \dfrac{b^2+2a^2}{b+2a} \geq 1$.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 74

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SÓC TRĂNG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN THỊ MINH KHAI
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 5

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỒNG THÁP

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIÊU
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 3: *(3,5 điểm)*
Câu 4: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 76

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỒNG THÁP

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN ĐÌNH CHIỂU
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 77

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LONG AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LONG AN
NĂM HỌC 2013 - 2014

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1: *(2,0 điểm)*
Câu 2: *(1,5 điểm)*
Câu 4: *(3,5 điểm)*
Câu 5: *(1,0 điểm)*

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐỀ SỐ 78

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐĂK NÔNG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN CHÍ THANH
NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán

Ngày thi: 27/06/2013
Thời gian làm bài: 150 phút.
Không kể thời gian giao đề
Đề thi này có 01 trang

Câu 1:*(2,0 điểm)* Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{2x^2+6x+1}=x+2$

b) $\begin{cases} x+\dfrac{1}{y}=2 \\ \dfrac{x}{y}+\dfrac{1}{y}=2 \end{cases}$

Câu 2: *(1,5 điểm)* Cho biểu thức sau:

$$A=\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}.\left(\frac{1}{1-\sqrt{x}}-1\right), \text{ với } x>0 \text{ và } x\neq 1.$$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để A đạt giá trị nguyên.

Câu 3: *(2,0 điểm)* Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = ax + b$; với a, b thỏa mãn:

$$2a^2 - 9b = 0 \text{ và } a \neq 0.$$

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt và hoành độ của điểm này gấp đôi hoàn độ của điểm kia.

b) Giả sử đường thẳng (d) vuông góc với đường thẳng (d') có phương trình:

$$y=\frac{1}{\sqrt{2}}x+2013$$

Hãy lập phương trình đường thẳng (d)?

Câu 4: *(3,5 điểm)* Cho đường tròn tâm O bán kính R. Từ một điểm S nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm) và cát tuyến Sx cát đường tròn lần lượt tại M, N.

a) Chứng minh $SO \perp AB$.

b) Gọi H là giao điểm của SO và AB, I là trung điểm của MN. Hai đường thẳng OI, AB cắt nhau tại E. Chứng minh: $OI.OE = R^2$.

c) Biết: SO = 2R, MN = $R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM theo R.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Cho hình thang vuông ABCD ($AD \perp CD$) với AD = h, CD = 2AB. Dựng hình vuông DCEF nằm khác phía với hình thang ABCD. Xác định độ dài cạnh AB theo h để hai tam giác BCF và CEF có diện tích bằng nhau.

.... Hết ....

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10, TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN CHÍ THANH
NĂM HỌC 2013 - 2014

Câu 1:

a) $\sqrt{2x^2+6x+1}=x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2\geq 0 \\ 2x^2+6x+1=(x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ x^2+2x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm x = 1.

b) Điều kiện: $y \neq 0$.

Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} xy-2y+1=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y+1=0 \\ x(y-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y+1=0 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ y=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm $\left(0;\frac{1}{2}\right)$ và (1; 1).

Câu 2:

a)

$$A=\frac{3x+3\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$$

$$A=\frac{2x+3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$$

$$A=\frac{x+3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A=\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

b) Ta có: $A=\frac{\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1}=1+\frac{2}{\sqrt{x}-1}$

Để A nhận giá trị nguyên thì $\sqrt{x}-1$ là ước của 2.

Suy ra: x = 4; x = 9. (Do x > 0 và $x \neq 1$)

Câu 3:

a) Phương trình hoàn độ giao điểm: $x^2+ax+b=0$ (*)

Ta có: $\Delta = a^2 - 4b = a^2-4.\frac{2a^2}{9}=\frac{a^2}{9}>0,\ \forall a\neq 0$

Suy ra phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt do đó (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Phương trình (*) có 2 nghiệm $x_1=\frac{-3a+|a|}{6}; x_2=\frac{-3a-|a|}{6}$.

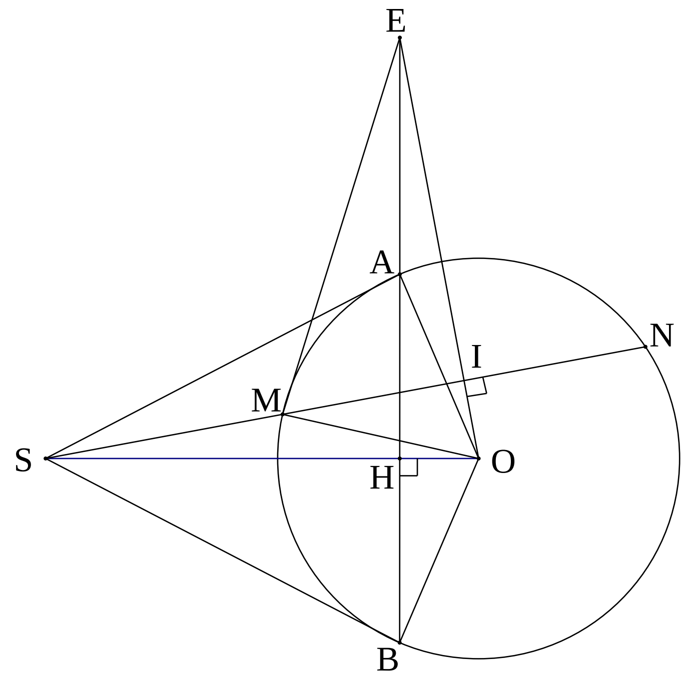
Xét $\frac{x_1}{x_2}=\frac{-3a+|a|}{-3a-|a|}=\begin{cases} \frac{1}{2}, a>0 \\ 2, a<0 \end{cases}$

Vậy phương trình (*) luôn có 2 nghiệm và nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.

b) Ta có: (d) ⊥ (d') nên (d) có hệ số góc a = $-\sqrt{2}$.

Ta có: $2a^2 - 9b = 0 \Leftrightarrow b = \dfrac{2a^2}{9} \Leftrightarrow b = \dfrac{4}{9}$.

Vậy (d) có phương trình $y = -\sqrt{2}x + \dfrac{4}{9}$.



Câu 4:

a) Ta có: SA = SB; OA = OB.

Nên S và O cùng thuộc đường trung trực của đoạn AB.

Do đó: SO ⊥ AB (đpcm).

b) Ta có: $\Delta OIS \backsim \Delta OHE$.

$\Rightarrow \dfrac{OI}{OH} = \dfrac{OS}{OE} \Rightarrow OI.OE = OH.OS$

$\Rightarrow OI.OE = OH(OH + HS)$

$= OH^2 + OH.HS$

$= OH^2 + AH^2$

$= R^2$

(đpcm)

c) Ta có:

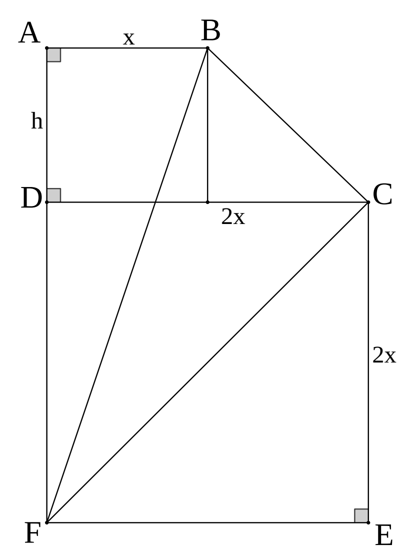
$OI = \sqrt{OM^2 - MI^2} = \dfrac{R}{2}$; $OI.OE = R^2 \Rightarrow OE = 2R$.

$IE = OE - OI = \dfrac{3R}{2}; SI = \sqrt{SO^2 - OI^2} = \dfrac{R\sqrt{15}}{2}$

SM = SI - IM = $\dfrac{R\left(\sqrt{15} - \sqrt{3}\right)}{2}$

$S_{\Delta ESM} = \dfrac{1}{2}EI.SM = \dfrac{3R^2\left(\sqrt{15} - \sqrt{3}\right)}{8}$ (đvdt).

Câu 5:



Gọi AB = x, (x > 0)

Ta có: $S_{\Delta CEF} = \dfrac{1}{2}.CE.EF = 2x^2$

$S_{BCEF} = S_{ABCD} + S_{DCEF} = \dfrac{3}{2}xh + 4x^2$

$S_{\Delta BCF} = S_{ABCDEF} - S_{\Delta ABF} - S_{\Delta CEF} = x^2 + xh$

Theo giả thiết:

$S_{\Delta BCF} = S_{\Delta CEF} \Leftrightarrow 2x^2 = x^2 + xh \Leftrightarrow x(x - h) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = h \end{array}\right.$

Vậy x = h thỏa mãn yêu cầu bài toán.

---- HẾT ----